

Matematikkens didaktik i Danmark – Danmark i matematikkens didaktik

Mogens Niss,
IMFUFA/INM, Roskilde Universitet

Oversigt

- **Hvad** er matematikkens didaktik?
- Matematikkens didaktik i **Danmark**
- **Danmark i** matematikkens didaktik
- Aktuell **status** med udfordringer

Hvad er matematikkens didaktik?

Historisk svar (internationalt):

1830-1970:

Diskussion - med argumenter! af

- **Begrundesspørgsmålet** ("hvorfør matematik for hvem?")
- **Formål og mål** afledt af begrundelser
- **Valg og strukturering** af fagligt **indhold** (stofdidaktik)
- **Tilrettelæggelse** og **gennemførelse** af **undervisning** (metodik), oprindeligt primært i **regning**, senere bredt i **matematik**

Udvalgte **hovedpunkter** fra **diskussionerne** gennem tiden:

- Træning af **tænkemusklen** generelt (\subset **formaldannelse**), 1830-1920, versus **sags-** og **virkelighedsorientering**
- Konsekvens af **Felix Kleins Erlangenprogram** (1872): **Funktionsbegrebet** bør **gennemsyre** matematik og matematikundervisning
Oprettelsen af ICMI (The International Commission on Mathematical Instruction), i 1908, med Klein som den første præsident
- Nøgleværk: **F. Klein: Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus** (1908), mange senere udgaver
- Krav fra John Perry (1901, UK) og andre om **anvendelser og eksternt relevans**, ikke mindst 1920-40 (Tyskland, USA – og Danmark)
- **"Den ny matematik"** (*New Math(s)*, *Mathématique(s) moderne(s)*), 1955-1975, med mængdelæren som grundlag

Matematikkens didaktik 1830-1970 bestod altså hovedsagelig i diskussioner og udviklingsvirksomhed. Fokus på **tre hovedproblemer**:

- **Begrundelsesproblemet** - "hvorfor matematik for hvem?": hvad er det ønskeligt at opnå?
- **Mulighedsproblemet** – under hvilke vilkår er det ønskelige muligt?
- **Implementeringsproblemet** – hvordan kan det ønskelige faktisk realiseres?

Fra o. 1970 har matematikkens didaktik i stigende grad **forskning i fokus**

Min definition af matematikkens didaktik (Niss, 1999):

Genstandsområde: Matematikkens didaktik er det videnskabelige arbejdsfelt, hvor man søger at **identificere, beskrive og forstå fænomener og processer**, som indgår eller kunne indgå i **undervisning i og læring af matematik på alle trin i uddannelsessystemet**.

Bestræbelse: Når det gælder "forståelse" af de nævnte fænomener og processer, er hovedsigtet for virksomheden at **afdække årsagssammenhænge og -mekanismer**.

Tilgange: I denne virksomhed inddrager matematikkens didaktik **alle forhold af betydning for undervisning i og læring af matematik**, uanset hvilke **videnskabelige, psykologiske, ideologiske, etiske, politiske, samfundsmæssige** og andre **aspekter** dette vedrører. Ligeledes betjener matematikkens didaktik sig af **idéer, metoder og resultater** fra andre **discipliner**, når som helst dette ses som relevant. **(Fortsættes)**

- **Aktiviteter**: Matematikdidaktisk virksomhed omfatter forskellige typer af aktiviteter, rækkende fra teoretisk og empirisk grundforskning, over anvendt forskning og udviklingsarbejde til systematisk reflektiv praksis.

Bredt underliggende **forskningsbegreb**: "disciplined enquiry"

Bagvedliggende **hensigt** for matematikdidaktisk virksomhed:

At fremme de intenderede modtageres vellykkede matematiktilegnelse/udvikling af matematiske kompetencer.

Leder til et fjerde hovedproblem efter 1970

- **Udbytteproblemet** – hvordan afgør vi om, og sikrer at, modtagerne af matematikundervisning får et tilfredsstillende udbytte af den?

Matematikdidaktisk forskning er **ca. 50 år gammel** (om end med diverse forløbere):

Fx **Educational Studies in Mathematics**, grundlagt i 1968. **Journal for Research in Mathematics Education**, 1970. Første **ICME** 1969. **Ed Begle's** undersøgelser i første halvdel af 60'erne

Udviklingsfaser vedrørende genstandsfelter (akkumulerende):

- Analyse og udvikling af **læse-/læreplaner**
- Analyse og udvikling af **undervisningens indhold, organisering og metoder** (eksperimenter)
 - bl.a. **problemløsning, modellering, elevsamarbejde**
- **Studier af læring**
- **Evaluering**
- **Lærerne**
 - uddannelse og baggrund, arbejdsvilkår, indstillinger og *beliefs*, professionelle udvikling, kollegasamarbejde
- **Mangfoldighed**
 - *literacy*, kompetencer

Udviklingsfaser vedrørende fokus på **uddannelsestrin**:

- **I begyndelsen** (1910'erne +) angik problemerne primært **den elementære matematikundervisning** (1.-9. klassetrin)
- **Senere** (1950'erne +): **Ungdomsuddannelserne**
- **Endnu senere** (1970'erne +): Matematikstøttede **videregående uddannelser** (især ingeniør- og økonomiuddannelser) samt **læreruddannelser**
- **Senest** (1990'erne +): Matematik for **kortuddannede voksne**
- **Allersenest** (1990'erne +): **Matematiktunge universitetsuddannelser**

Observation:

- Matematikkens didaktik **udvider sit aktionsfelt** når "systemet" insisterer på at **levere matematikundervisning til modtagergrupper, der ikke opsøger den af egen primær interesse.**
- Eller når matematiktilegnelsen bliver meget **krævende**, selv om den er ønsket af modtagerne.
- Altså: Matematikkens didaktik er i høj grad **inspireret af problemer**

Udviklingsfaser vedrørende **teoridannelser** og **undersøgelsesmetoder**:

- **Kvantitative metoder**, teoridannelser hentet fra **psykologi** og **statistik**, 1965-1980, PME fra 1976
- **Kvalitative metoder**, teoridannelser hentet **mange steder fra**, men stadig flere **"hjemme"skabte**, 1980+
 - Fremkomst af **teoretiske skoler**, fx "den" franske, *lesson studies* (Japan), APOS teorien
- **Kvantificering af kvalitative forhold**, 2010+

Matematikens didaktik i Danmark

1900-1970: Først og fremmest **diskussioner** (med argumenter!) af **læreplaner**, **stofindhold** og **-organisering**, inkl. **lærebøger**.

1890-1930: Primært inspiration fra **Tyskland**, sekundært fra **Frankrig** og til dels **Sverige**.

Temaer i diskussionen, særligt "livlig" vedr. **gymnasiet**:

- **Abstrakt** (Tuxen, Nielsen, Møllerup, Eibe) >< **konkret, erfaringsbaseret** (Pringel, Heegaard, Petersen, Bonnesen, Pihl, Hjelmlev, Trier)
- **Formaldannelse** >< **materialdannelse**

- **Ren** >< **anvendt** matematik
- **Stringens** >< **plausibilitet**
- **Færdighed** >< **forståelse**
- **Lineær** >< **koncentrisk** (senere spiral) begrebsopbygning
- **Emneopdelt** >< **integreret/holistisk** tilgang til faget

S.L. Tuxen (1914):

”remsepædagogik” → ”abstraktionspædagogik” → ”realitetspædagogik”

Disse diskussioner angår **permanente dualiteter**, med **balancering** som hovedproblem → ”evige” **pendulsvingninger**

- Forslag om fokus på **funktionsbegrebet** (Bonnesen m.fl.)
- Forslag om fokus på **infinitesimalregning** (Nielsen, Bonnesen, m.fl.)

1955-1975: Den ny matematik – basis i mængdelære

Svend Bundgaard, AU, nøglefigur på universitets- og gymnasieområdet, støttet af

E. Kristensen & O. Rindung, M.Pihl, H. Meyer, W. Fenchel & F. Handest, L. Mejlbo, m.fl.

Bent Christiansen, DLH, nøglefigur på folkeskole- og seminarieområdet, støttet af

A. Bundgaard, J. Lichtenberg, J. Cort & E. Johannesen, Christiansen & Rydstrøm, m.fl.

Nordiska komitéen, 1967

Scenen udgjordes af **betænkninger**, **bekendtgørelser**, **studieordninger** samt **lærebøger**, desuden **foredrag** og **debatter** i fagpressen.

1975+: **Modreaktion** mod den ny matematik.

Store påvirkninger fra diverse **internationale strømninger**.

I høj grad kanaliseret gennem **Bent Christiansen**, (1921-1996) Danmarks første egentlige matematikdidaktiker med international profil og placering.

Unesco, 1958-1959 og 1972-74, ICMI vicepræsident 1975-86

Curriculumdesigner, stofdidaktiker, lærebogsforfatter, analytisk essayist, systematisk samarbejde ml. teori og praksis.

Fra midten af 70'erne udvikledes matematikkens didaktik **som felt** i DK

- I begyndelsen i kraft af **enkeltpersoner**, men i **receptive miljøer** (RUC, DLH, AUC/AAU) – ingen nævnt, ingen glemt!
- Senere **spredning** (til OU/SDU, KU, DTU, professionshøjskoler/UC'er)

- Kontakt gennem **uformelle netværk**

Seks afgørende **vækstdynamoer**

- **Matematikundervisningsinitiativet** 1988-93
 - nordiske møder og nordisk samarbejde
 - →FMD og DMUK
- **NOMAD**, 1993 (senere også MONA, 2005)
- **Ph.d.-studier**
- **ICME-10**, 2004
- **NADIFO**
- **NoGSME**

Hovedtræk og **-temaer** for dansk matematikdidaktisk forskning og udvikling **efter 1970**

Rammerne for og **udfordringerne** i DKs uddannelsessystem – **de evige spørgsmål i ny belysning** – er en **hovedkilde** til de overordnede **problemfelter** for forskningen:

- **Begrundelsesproblemet**, inkl. formål og mål
- Matematikundervisningens **realiteter** i DK
- Matematikundervisning i et **demokratisk samfund**
- **Konstituering** og **fagidentitet** for matematik som undervisningsfag – inkl. curriculumudvikling
- Matematikundervisningens **indhold**
- Matematiske **kompetencer**
- **Undervisnings-** og **arbejdsformer**

- Elev**læring** og **-udbytte**
- **Evaluering** – mål og midler
- Matematikspecifikke **læringsvanskeligheder**
- **Matematikforestillinger** (*beliefs*)
- **IT** i matematikundervisning og -læring
- **Fagsamarbejde** mellem **matematik og andre fag**, især STEM
- **Samspil** mellem **forskning og praksis**
- **Læreres professionalitet**

Stort set **al dansk matematikdidaktisk virksomhed** angår en eller flere af disse problemfelter!

Megen forskning er udført/udføres af **ph.d.-studerende!**

Udvalgte specifikke forskningstemaer i DK:

- Begrundelsesproblemet (**igen!**)
- Formål og mål med matematikundervisningen
- Modellering og matematikanvendelser
- Kritisk matematikundervisning
- Problemorienteret projektarbejde i matematik
- Curriculumbegrebet og curriculumudvikling
- Evalueringsformer
- Matematikkens didaktik som **disciplin**
- Teoridannelser i matematikkens didaktik
- **ATD** – den antropologiske teori om det didaktiske
- Matematiske **kompetencer**

- **Matematikkens historie** i matematikundervisningen
 - Elevers og læreres **matematikforestillinger**
 - Matematiklæringsvanskeligheder
 - Lærervirksomhed og lærermiljøer
 - Didaktik for **universitetsmatematik**
 - **Teknologi** og matematikundervisning
 - Matematik for **kortuddannede voksne**
 - **Ræsonnementer og beviser** i matematik
 - **Matematikundervisningens og matematikdidaktikkens historie**, nationalt og internationalt
 - *Mathematical literacy*
 - **Implementering** af forskning i praksis
- m.m.m.**

Danmark i matematikkens didaktik

Danske didaktikere - igen ingen nævnt, ingen glemt!

- har gjort sig internationalt **gældende på alle de nævnte områder**, ofte som centrale bidragydere!
- er ofte **inviterede foredragsholdere** ved internationale **konferencer**.
- er ofte **inviterede bidragydere** til internationale **publikationer**.
- er medlemmer af en mangfoldighed af **internationale netværk**.
- er eller har været **medlemmer af redaktionskomitéerne** for adskillige **nøgletidsskrifter, bogserier** og andre **publikationer**.
- har længe og ofte været i centrum som **organisatorer og beslutningstagere** i væsentlige **internationale fora** og **organisationer**.

- har ofte **hjulpet fremvæksten** af matematikdidaktisk virksomhed i andre lande, navnlig i Norden.
- har jævnligt fungeret som **internationale eksperter** ved **evalueringer** af institutioner og programmer i udlandet og som **bedømmere** vedrørende forskningsansøgninger, professorater og andre stillinger, og doktordisputatser/ph.d.-afhandlinger.
- har jævnligt været **indbudte gæsteforskere** ved institutioner i andre lande.

Alt i alt: **Danske matematikdidaktikere har meget lidt at skamme sig over, internationalt set.**

"We punch much above our weight class." ☺

Aktuel status med udfordringer

Det store paradoks:

- Vi står **stærkt med det vi gør**, både nationalt og internationalt, mest i kraft af enkeltpersoners indsats samt tidligere tiders satsninger.
- For 15-30 år siden var vi klart **i front i Norden**, nu har vi fået **baghjul** af Norge og Sverige, **institutionelt set**.
- **Institutionelt, miljømæssigt og finansielt står vi svagt**.
- Tidligere centrale og frugtbare miljøer ved danske universiteter er under **forvitring** eller **nedbrydning** (fx RUC). DPU og KU er i dag de stærkeste miljøer, om end små. Resterne af skansen holdes rundt omkring af **enkeltpersoner**.

Hvordan er det kommet dertil? På grund af:

- Snæversynet **institutionsegoisme og -konkurrence** i stedet for interesse for helheden
- Herskende **politiske strømningers** blinde tro på **konkurrence** frem for samarbejde
- **Ledelsesstruktur**
- **Svigtende offentlig finansiering** af uddannelse og forskning
- **Manglende interesse og forståelse** for det nye i traditionelle fagmiljøer og organisationer
- Vanskeligheder med at få virksomheden finansieret af **forskningsråd og fonde**.

MEN!

- I dag er en **festdag**.

Det er lykkedes at få skabt NCUM!

- **Hvordan** kunne det lade sig gøre i det herskende klima?
- På grund af en lang række **personers, organisationers** og **foras lange og seje arbejde og kamp** igennem snart mange år, **på tværs af og med opbakning** i alle landets matematikundervisningsmiljøer.

På grund af samarbejde om en fælles sag, frem for destruktiv konkurrence!

om opnåelse af Undervisningsministeriets afgørende opbakning og støtte.

Udfordringer:

- NCUM kan **ikke erstatte** institutionelle miljøer. De lider fortsat.
- Det er afgørende, at NCUM kan **fastholde og udvikle fællesskabet** på tværs af institutioner.
- Det er afgørende, at NCUM **ikke sander til i jagten på penge**.
- Det er afgørende, at NCUM **ikke bliver tvunget ud i jordstrygende projekter**.

I dag ønsker vi NCUM tillykke med fødslen!

I dag ønsker vi Danmark og dansk matematikundervisning og matematikdidaktik tillykke med NCUM!

I dag takker vi alle dem, der gjorde dette muligt!

Held og lykke på færden!

Tak for opmærksomheden!

