

Algebramåndag 1

Årskurs 4-9

Linda Ahl och Ola Helenius

1. Vad är $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$?

Alternativt: 1. Vad är $\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}$?

2. Vad är $\frac{a^5}{a^5}$?

3. Om $\frac{1}{3}x = 1$ Vad är: $\frac{1}{3}x + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

4. Vilka bråk går att förkorta och varför?

$$\frac{24}{36} \quad \frac{23}{36} \quad \frac{24}{37} \quad \frac{25}{36}$$

5. Vad är $\frac{2025 + 2025 + 2025}{2025 + 2025 + 2025 + 2025 + 2025}$?

1. Vad är $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$?

Alternativt: 1. Vad är $\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}$?

Ledtråd: Man får skriva på samma bråkstreck $\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 2}$

2. Vad är $\frac{a^5}{a^5}$?

Ledtråd: Vad är $\frac{5}{5}$?

3. Om $\frac{1}{3}x = 1$ Vad är: $\frac{1}{3}x + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

Ledtråd: Tänk på likhet som utbytbarhet.

4. Vilka bråk går att förkorta och varför?

$$\frac{24}{36} \quad \frac{23}{36} \quad \frac{24}{37} \quad \frac{25}{36}$$

Ledtråd: Man kan bara förkorta om täljaren och nämnaren har gemensamma faktorer.

5. Vad är $\frac{2025 + 2025 + 2025}{2025 + 2025 + 2025 + 2025 + 2025}$?

Ledtråd: Hur många 2025 finns i täljaren och hur många finns i nämnaren?

1. Vad är $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$?

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{3}} = 1$$

Gemensamt bråkstreck

Kommutativa lagen

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$\frac{a}{a} = 1$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

Ett tal gånger sin
invers är 1

2. Vad är $\frac{a^5}{a^5}$?

Talet 1 har en särställning i vårt talsystem. 1 är det neutrala elementet i multiplikation.

Samma delat med samma är 1

$$\frac{a^5}{a^5} = 1$$

\uparrow
 $\frac{a}{a} = 1$

$$\frac{a}{a} = 1$$

En vanlig missuppfattning är att samma uttryck dividerat med samma uttryck är noll.

3. Om $\frac{1}{3}x = 1$

Vad är: $\frac{1}{3}x + 4 = \underline{\quad}$

Vi tänker på likhet som utbytbarhet!

Att $\frac{1}{3}x = 1$ betyder att vi kan byta ut $\frac{1}{3}x$ mot 1

Byt ut $\left(\frac{1}{3}x\right) = 1 \iff \left(1\right) + 4 = 5$

4. Vilka bråk går att förkorta och varför?

$$\frac{24}{36} \quad \frac{23}{36} \quad \frac{24}{37} \quad \frac{25}{36}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{4 \cdot 6}{4 \cdot 9} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{\overset{=1}{\cancel{2}} \cdot \overset{=1}{\cancel{2}} \cdot \overset{=1}{\cancel{3}} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

$\frac{a}{a} = 1$

Multiplisera isär i faktorer (faktorisera)

$$a \cdot b = c = a \cdot b$$

$$4 \cdot 6 = 24 = 4 \cdot 6$$

$$\frac{24}{36} = \frac{\overset{=1}{\cancel{12}} \cdot 2}{\cancel{12} \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

$\frac{a}{a} = 1$

Eller någon annan variant av faktorisering

Att säga att eleverna ska dividera täljaren och nämnaren med samma tal förklarar inte vilka bråk som går att förkorta och varför.

I de övriga bråken finns inga ettor att kvittera ut. Därför går de inte att förkorta.

$$\frac{23}{36} = \frac{23}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}$$

23 är ett primtal

$$\frac{24}{37} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2}{37}$$

37 är ett primtal

$$\frac{25}{36} = \frac{5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}$$

Varken 25 eller 36 är primtal
men det finns inga
gemensamma faktorer

Bråk där täljaren är ett primtal kan bara förkortas om nämnaren är en multipel av det primtalet. Bråk där nämnaren är ett primtal kan bara förkortas om täljaren är en multipel av det primtalet.

5. Vad är $\frac{2025 + 2025 + 2025}{2025 + 2025 + 2025 + 2025 + 2025}$

$$\frac{2025 + 2025 + 2025}{2025 + 2025 + 2025 + 2025 + 2025} = \frac{3 \cdot 2025}{5 \cdot 2025} = \frac{3}{5}$$

↑ Faktoriserar

Vi använder distributiva lagen baklänges när vi faktoriserar. Kan man multiplicera in faktorer så kan man även bryta ut faktorer

$$a \cdot (b + c) = ab + ac \quad \frac{a}{a} = 1$$

$$\frac{1 \cdot 2025 + 1 \cdot 2025 + 1 \cdot 2025}{1 \cdot 2025 + 1 \cdot 2025 + 1 \cdot 2025 + 1 \cdot 2025 + 1 \cdot 2025} = \frac{2025 \cdot (1 + 1 + 1)}{2025 \cdot (1 + 1 + 1 + 1 + 1)} = \frac{3 \cdot 2025}{5 \cdot 2025} = \frac{3}{5}$$

↑ Faktoriserar

$$a \cdot (b + c) = ab + ac$$

Sammanfattning 1

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

Ett tal gånger sin invers är 1

$$\frac{a}{a} = 1$$

Samma uttryck dividerat med samma uttryck är 1

$$ab = ba$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Kommutativa lagen

$$a \cdot (b + c) = ab + ac$$

Distributiva lagen

Vi tänker på likhet som utbytbarhet! Att $a = 1$ betyder att vi kan byta ut a mot 1

Att förkorta ett bråk är att kvittera ut gemensamma faktorer till neutrala ettor.
Finns inga gemensamma faktorer så går det inte att förkorta bråket.

Ett primtal är ett naturligt tal större än 1 som endast är delbart med 1 och sig själv. Med andra ord, det har endast två positiva delare.