Modul 8: 9. januar – 20. februar 2012

9. januar

08.18: L, GG L orkestrerer færdiggørelsen af grupperne til det kommende projektarbejde. Derefter gør hun opmærksom på at Peter og Nadine fra Hamburg University, som også arbejder med modellering i matematikundervisningen, er på besøg og vil gå rundt og snakke med eleverne under gruppearbejdet.

08.21: L, GG, MMM120109-A (3.18 min.) K-L, P-L og KM-GE. L repeterer kort modellen af modelleringsprocessen, som eleverne tydeligvis ingen problemer har med at huske. Hun anfører datoerne for det kommende projektarbejde i modellens forskellige faser, som en måde at angive kravene til fremdriften i arbejdet.

08.24: G3, AN Gruppen starter langsomt og ukoncentreret op, bl.a. med fokus på at de bærbare computere volder problemer.

08.35: G3 og L, OA, MMM120109-B (4.41 min.) KM-MO og F-E. Gruppen prøver at komme i gang med J som drivkraft. Hun foreslår og udfolder en problemstilling om slankekure og hvordan man taber sig bedst, men det er svært for dem at undgå at det går over i pjat. De fortæller kort L om deres forslag til problemstilling, og hun bekræfter dem i at det kan være et brugbart valg og at det jo så handler om at afgrænse og lave en egentlig problemformulering.

Efter ca. 5 minutter går arbejdet igen i stå, fordi gruppen vil starte med at søge inspiration på nettet, og computerne volder stadig problemer. De virker ret låste i forhold til at idé-genereringen *skal* starte på nettet.

08.59: Pause. Alle arbejder videre.

09.10: A, OA, MMM120109-C (6.12 min.) KM-MO. L styrer en runde hvor grupperne efter tur fortæller om deres foreløbige ideer. Følgende ideer nævnes:

- Slankekure – sammenligning af tre forskellige kure.
- Nytårsfest – pris, typer af omkostninger.
- Sport – transport – rejser – handel (gruppen er uafklaret).
- Husopvarmning – sol, olie, gas, el, brænde, ...
- Boligbygning – typer af omkostninger.
- Filmproduktion – hvad koster det?
- Storstrømsbroen – renovation eller opførelse af ny tunnel?

09.16: G3, DI KM-MO. Gruppen har nu fået adgang til nettet, og søger lettere ukoncentreret på forskellige sider efter relevant information.

09.43: L og G3, OA, MMM120109-D (2.42 min.) KM-MO og F-E. L runder timerne af ved at repetere tidsplanen for de kommende uger. Hun understreger at alle grupper i deres valg af problemfelt skal være opmærksom på at det skal pege frem mod opstillingen af en matematisk model. Som del heraf spørger hun bl.a. gruppe 3 om det gør deres foreløbige afgrænsning af problemfeltet velegnet. Det svarer de uden at tøve nej til, og i minutterne efter – mens de andre grupper pakker sammen – sidder gruppen lettere forstenet og stirrer frustreret ud i luften i erkendelsen af den manglende skarphed i det foreløbige arbejde.

09.47: Slut.

12. januar

08.19: L, GG L sætter kort det videre projektarbejde i gang, og pointerer at eleverne efter timerne i dag skal aflevere et stykke papir om hvad de vil lave modellering af.

08.24: G3, OA, MMM120112-A (8.36 min.) KT, KM-MO og F-E. J foreslår at de finder en ny problemstllling at modellere, for deres foreløbige ide om slankekur ender formentlig i en model som de allerede har arbejdet med. I stedet har J er forslag om at modellere noget med benzinforbruget ved bilkørsel, men her er de enige om at de formentlig ved for lidt om sagen til at kunne bygge en model. Det efterlader dem temmelig rådvilde og frustrerede i søgningen efter en velegnet problemstilling. TA: "Jeg synes bare lissom alle projekter er lavet."

08.39: G3 og L, OA, MMM120112-B (0.49 min.) KT, KM-MO og F-E. L spørger hvordan det går, og da gruppen forklarer om deres vanskeligheder foreslår hun, at de kigger efter ideer blandt undersøgelserne bagest i Matematrix-bøgerne. Dem mener gruppen allerede er lavet, og til det svarer L at det ikke gør noget, hvis undersøgelsen er ny for dem. Da L er gået snakker gruppen om forskellige af undersøgelsesoplæggene, som de kan mange af i hovedet, men der er ikke nogen af ideerne der fænger. Fortsat rådvildhed og frustration.

08.52: G3, OA, MMM120112-C (6.48 min.) KT, KM-MO og F-E. J henter omsider et eksemplar af Matematrix 8, og sammen bladrer de undersøgelsesoplæggene igennem. Mange af dem har en eller flere i gruppen brugt tidligere. Undersøgelsen "Pyramidedrik" overvejes, men problemstillingen interesserer dem ikke rigtigt. J går nu hen at kigge i Matematrix 9, men heller ikke her er der noget der inspirerer dem.

08.59: Pause.

09.15: G3, OA Gruppen snakker lidt løst videre om mulighederne i en bil-undersøgelse.

09.22: G3 og L, OA, MMM120112-D (11.00 min.) KT og KM-MO. L sætter sig for at hjælpe gruppen videre. Hun tager undersøgelsesoplæggene en ad gangen, først i Matematrix 8 og derefter i Matematrix 9. Hun spørger til elevernes modelleringsassociationer ved hvert oplæg i bogen, og kommer selv med ideer til vinklinger på de forskellige problemstillinger.

Et af forslagene fra L er at finde en ny vinkling – fx ved at se på forskellige alternative energikilder – på undersøgelsen "Vindmøller", som TA allerede har arbejdet med. Det bliver J optaget af, og med hende som drivkraft går gruppen i gang med at søge informationer på internettet om sagen.

09.34: G3, OA KT, KM-MO og KM-SY. Gruppen finder på intranettet den tidligere projektrapport om vindmøller, som TA har været med til at udarbejde, og snakker om hvad der her var tilgangen. Nu er de tydeligvis på sporet af noget som de sidder fortrøsningsfuldt og arbejder med, og elevstyringsfrustrationen er forsvundet.

09.49: Slut.

16. januar

08.19: L, GG, MMM120116-A (3.02 min.) K-L og KM-MS. L tegner firefasemodellen af modelleringsprocessen på tavlen og pointerer, at grupperne nu er på vej fra første til anden fase. I forbindelse med dette arbejde repeterer hun, at de skal opstille en generel model med bogstaver (variable), ikke bare regne på konkrete tal.

Som eksempel på en sådan modelopstilling gennemfører hun stand up-modellering af spørgsmålet "hvor meget snor skal man bruge til en flagstang?" Efter tænke højtovervejelser og enkelte input fra eleverne når hun frem til modellen $L = 2{\cdot}(h{-}A){+}0,80$, hvor L er længden af snoren, h er flagstangens højde, A er afstanden fra jorden op til fastgøringen af snoren på stangen og $0,80$ er længden (målt i meter) af det stykke snor (angivet som en størrelse uafhængig af flagstangens længde) man bruger til at snøre flagsnoren fast til stangen.

08.23: G3, OF, MMM120116-B (2.19 min.) F-E og KM-SY. J foreslår at de ikke arbejder med alternativ energi generelt, men koncentrerer sig om vindmøller for at kunne komme mere i dybden med modelleringen. Det er de andre med på, og derefter begynder de at diskutere hvilke faktorer de skal have med i deres model. Momentan rådvildhed og elevstyringsfrustration.

08.32: G3, OF, MMM120116-C (2.46 min.) KM-SY. På initiativ fra J overvejer de at indtænke både små land-vindmøller og store hav-vindmøller i deres model. Det fører dem videre i en overvejelse om hvilke størrelser de vil være i stand til at finde konkrete værdier for på nettet.

I afgrænsningen af modellen arbejder de – i lighed med alle de andre grupper – med udgangspunkt i hvad de forestiller sig de kan finde konkrete værdier for, ikke med opstillingen af en generel algebraisk model som omdrejningspunkt for deres afgrænsning af systemet.

08.53: G3, PA-U, MMM120116-D (1.44 min.) KM-MS og KS-O. J og MI diskuterer hvordan deres generelle model kommer til at se ud.

08.56: G3, PA-U, MMM120116-E (3.19 min.) KM-MS og KS-O. Da TA kommer tilbage fra at have hentet nogle udskrifter fra nettet inddrages han i diskussionen.

08.59: Pause.

09.10: G3, PA-U Gruppen søger videre på nettet efter værdier for de størrelser de gerne vil have med i modellen.

09.20: G3, PA-U, MMM120116-F (7.49 min.) KM-MS og KS-O. J tænker højt om hvordan en generel formel kan se ud. Hovedudfordringen er dels at nogle af de størrelser de vil inkludere forsvinder når de reducerer formlen, dels hvordan de får indtænkt en skelnen mellem land- og hav-vindmøller i formlen. Deres udgangspunkt er grundformlen

$$x = \frac{D}{G}$$

hvor x er antallet af gennemsnits-vindmøller, D er Danmarks samlede energiforbrug pr. år og G er energiproduktionen pr. år for en gennemsnits-vindmølle.

09.29: G3 og L, PA-U, MMM120116-G (3.19 min.) KM-MS. L hidkaldes og bekræfter dem i at den simple grundmodel er et godt udgangspunkt for den videre modelopstilling.

09.33: G3, PA-U Fortsat søgning på nettet.

09.45: Slut.

19. januar

08.19: L, GG L sætter kort gruppearbejdet i gang med en pointering af at alle grupper efter første time skal fremlægge deres model.

08.21: G3, DI Langsom opstart, computerne tændes. J søger på nettet efter de ønskede oplysninger om vindmølle-energiproduktionen og antallet af vindmøller. MI skriver med hjælp fra TA på selve projektrapporten.

08.37: G3, DI, MMM120119-A (9.09 min.) KM-DB. Energioplysningerne på nettet er angivet i enheden GWh, gigawatttimer. Den forklaring finder gruppen på nettet og diskuterer hvordan enheden skal forstås. Blandt andet diskuteres det om benævnelsen "time" i enheden gør at de skal omregne til det tilsvarende tal på årsbasis. Efter nogle minutter tilkaldes L, som forklarer dem at timebetegnelsen blot indgår i energienheden, så det primære i forhold til enheden er at kunne omregne mellem giga, mega, kilo osv.

08.43: G3, DI Gruppen arbejder fortrøstningsfuldt videre med tallene fundet på nettet.

08.59: Pause.

09.12: A, GG, MMM120119-B (22.45 min.) K-L og KM-MS og KS-O. Grupperne bliver efter tur bedt om at komme til tavlen og præsentere den matematiske model de har bygget og modtage kommentarer fra L og de øvrige elever. Følgende problemfelter og tilhørende modeller fremlægges:

- Leasing af bil: $A + (B \cdot C) + \frac{(D \cdot E \cdot 7)}{F} = R$
  Køb af bil: $A + B + C + D + E + \frac{(F + G \cdot 7)}{H} = R$
- Bygning af ny Storstrømsbro: $P = A + M - G$
- Billigste opvarmning af morfars hytte:
  (Materialer + Montering + Vedligeholdelse) − Udbytte = Pris
- Hvad koster det at gå på efterskole og i gymnasiet?
  $E = P + T + F + R + L + T$ hhv. $G = R + f + L + T$
- Nytårsfest: $m \cdot x + p + d \cdot x + f + l =$ pris
- Bedste transportform til Næsby Strand?
  Tid: $2L \cdot F$ Knallert: $2L : A \cdot P$ Bus: $2B + 2Q$

09.35: G3, GG, MMM120119-C (1.47 min.) KM-MS og KS-O. Gruppe 3 præsenterer deres model om antallet af vindmøller: $D : G = x$

09.37: G3, PA-U, MMM120119-D (2.14 min.) KM-VV og KM-MS. Forberedelsen af præsentationen af modellen har fået gruppen til at indse, at de mangler at udbygge deres model med en beskrivelse af hvordan de når frem til størrelsen G; den gennemsnitlige energiproduktion pr. vindmølle. De har regnet på størrelsen med konkrete tal fra nettet, men arbejder nu med at generalisere deres beregning.

09.45: Slut.

23. januar

08.19: L, GG L fortæller kort at grupperne bare skal gå videre med arbejdet, så tager de en fælles opsamling ved begyndelsen af anden time.

08.21: G3, PA-U J fraværende. MI opsummerer kort hvad der aktuelt er udfordringen og deres tilgang hertil: De vil arbejde med forholdet mellem antallet af hav- og landvindmøller, og har i den forbindelse besluttet at regne med at $^2/_3$ af energiproduktionen kommer fra havvindmøller og $^1/_3$ fra landvindmøller.

Herefter kigger de efter relevante tal i deres udprintede papirer og snakker om hvordan de kan omregne mellem de forskellige enheder og skrive beregningerne ind i projektrapporten.

08.34: G3, PA-U, MMM120123-A (2.18 min.) KM-MS. MI er usikker på hvordan de med udgangspunkt i deres konkrete tal skal indarbejde den ovennævnte antagelse om den relative fordeling mellem hav- og landvindmøller. TA har overblik over håndteringen af brøkerne og forklarer hvordan de skal regne på tallene.

Herefter skrives støt og roligt videre på rapporten.

08.54: G3, PA-U, MMM120123-B (2.49 min.) KM-MS og KS-O. MI er nu nået til at skulle skrive de konkrete formler ind i rapporten, og er usikker på hvordan de brøkbaserede relationer kan formaliseres til ligninger. Igen har TA godt overblik og forklarer at det for landvindmøllers vedkommende kan gøres med formlen

$$F : 3 = A \to A : G = \frac{1}{3}X$$

hvor F er Danmarks samlede energiforbrug, A er energiproduktionen fra landvindmøller, G som tidligere nævnt er energiproduktionen pr. år for en gennemsnits-vindmølle og X er antallet af landvindmøller.

For havvindmøller bygges formlen

$$F - A = B \to B : 0,4 = \frac{2}{3}X$$

hvor B er energiproduktionen fra havvindmøller og tallet $0,4$ er det antal gigawatt de har fået oplyst at en havvindmølle producerer.

08.59: Pause.

09.16: A, GG, MMM120123-C (1.43 min.) K-L og KM-TR. L tegner firefasemodellen af modelleringsprocessen på tavlen, og bruger den til at påpege at grupperne skal huske at komme med kritik af deres egne modelresultater, på samme måde som de i sidste projektarbejde gjorde det med et modelresultat nogle andre var fremkommet med.

09.19: G3, PA-U Grupperne arbejder videre. MI skriver og TA kigger på og snakker med de andre grupper.

09.45: Slut.

26. januar

08.20: L, GG L sætter kort gruppearbejdet i gang.

08.21: G3, PA-U, MMM120126-A (6.46 min.) KM-TR. J er tilbage i gruppen efter sygdom. Hun læser løseligt i det foreløbige bud på rapporten og spørger til hvor langt de er kommet. MI og TA forklarer at de mener de har angivet en for lav værdi for energiproduktionen fra en havvindmølle, og det afstedkommer en diskussion om hvad det kan skyldes, eksempelvis forkert omregning mellem enheder.

08.24: G3, PA-U Gruppen skriver videre på rapporten med J som den toneangivende, blandet med løs snak fordi de er tæt på at være færdige.

08.59: Pause. Alle arbejder videre.

09.12: G3, PA-U Gruppen arbejder videre.

09.45: Slut.

20. februar

08.23: L, GG, MMM120220-A (2.44 min.) K-L og KP-I. L forklarer at de kommende uger handler om funktioner. I dag skal de arbejde med nogle opgaver, som er lavet til at udfordre deres problemløsningskompetence i forhold til funktioner. L spørger til hvad eleverne kan huske om denne kompetence, og repeterer derefter at det handler om en opgave, som man godt forstår og godt kan se må have en løsning, som man bare ikke umiddelbart kender en metode til at finde. Derefter repeterer L at kompetencen meget handler om at være tålmodig, inden hun runddeler det til lejligheden udarbejdede opgaveark "Invitation til matematisk problemløsning – funktioner".

08.26: G3, OR Gruppen går langsomt i gang med at læse opgaverne, og falder med det samme over at de ikke kender begreberne afhængig og uafhængig variabel. Med hjælp fra L får de slået op i Matematrix 9, som fortæller dem at begreberne svarer til det de er vant til at kalde hhv. $f(x)$ og x. Derefter svarer de på opgave 1-4, ifølge deres egen opfattelse uden problemer.

08.43: G3, OR, MMM120220-B (13.24 min.) KP-I og F-P. Opgave 5-7 lyder således:

5. Skriv forskriften for to funktioner, hvis grafer indeholder punktet $(1;1)$.
6. Hvor mange funktioner finder der, hvis graf indeholder punktet $(0;0)$?
7. Hvor mange funktioner finder der, hvis graf indeholder punkterne $(0;0)$ og $(1;0)$?

Disse opgaver giver gruppen større og større vanskeligheder, kulminerende med udtalt problemløsningsfrustration og længere perioder med tavshed i forbindelse med opgave 7.

08.54: G3, OR Gruppen snakker løst om de øvrige opgaver.

09.05: Pause.

09.20: A, GG L spørger fra tavlen til svaret på de første fire opgaver, og beder udvalgte elever om at skitsere deres svar på tavlen. Opgaverne udfordrer forståelsen af hvad en funktion er, med fokus på at der til hver værdi af den uafhængige variabel maksimalt må være en værdi af den afhængige variabel. Denne forståelse har de elever, som går til tavlen, tydeligvis udviklet.

09.26: G3, OR Gruppen arbejder koncentreret med de sidste opgaver, som kræver en del tankearbejde, men tilsyneladende ikke opleves som problemer.

09.37: G3 og L, OR, MMM120220-C (11.16 min.) KP-I, H-E, F-P og KS-O. Gruppen samles om den sidste opgave på arket:

13. I spillet "Tårnene i Hanoi" skal man flytte et antal cirkelskiver med hul i midten fra den ene af tre pinde til en anden af pindene. Man må kun flytte en skive af gangen fra en pind til en anden. Cirkelskiverne er af forskellig størrelse og må ifølge reglerne aldrig ligge med en større skive oven på en mindre. Fra starten ligger de derfor også med den største skive nederst, så den næststørste osv. frem til den mindste som ligger øverst. Hvad er det mindste antal skiveflytninger der skal til hvis der er n skiver at flytte?

De har vanskeligheder i to faser, som L tilkaldes og hjælper dem med: Først skal de generere nogle taleksempler, og det viser sig at kræve at de bygger spillet med papirlapper og prøver sig frem nogle gange. Dernæst skal de generalisere deres resultater til en regneforskrift for en funktion af antal skiver. Det volder en del problemer, men også stort engagement, ikke mindst hos TA. J: "Jeg er simpelthen så dårlig til sådan noget n-noget."

09.49: Slut.