

VELKOMMEN

NCUM Konferencen 2021,
VIA Aarhus, d. 22. nov.

Samspil mellem udvikling af matematikundervisningens
praksis og matematikdidaktisk forskning



Lidt om NCUM

v. *Morten Blomhøj (DPU AU)* og *Charlotte Krog Skott (KP)*
Leder og viceleder

NCUM | Nationalt Center for Udvikling af Matematikundervisning

NCUMs vision

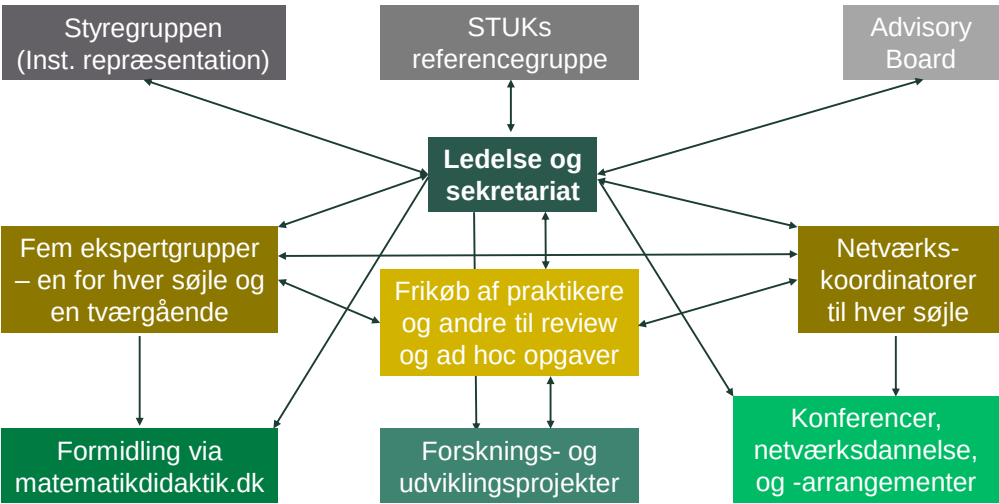
En **engagerende**, **ambitiøs** og tidssvarende matematikundervisning i en kultur, der **samarbejder** om udvikling af praksis fra dagtilbud til ungdomsuddannelse

NCUM | Nationalt Center for Udvikling af Matematikundervisning | matematikdidaktik.dk



NCUMs organisation

NCUM



NCUMs tre hovedopgaver

- 1. At formidle matematikdidaktisk forskning til pædagoger og lærere i dagtilbud, grundskole, gymnasiet og erhvervsskoler til inspiration og refleksion over praksis.
- 2. At etablere og udvikle faglige netværk for pædagoger og lærere og skabe rammer for samspil på tværs af fag og institutioner.
- 3. At designe og gennemføre udviklings- og forskningsprojekter med ekstern finansiering.

NCUM | Nationalt Center for Udvikling af Matematikundervisning | matematikdidaktik.dk



NCUMs tre hovedopgaver

- 1. At formidle matematikdidaktisk forskning til pædagoger og lærere i dagtilbud, grundskole, gymnasiet og erhvervsskoler til inspiration og refleksion over praksis.
- 2. At etablere og udvikle faglige netværk for pædagoger og lærere og skabe rammer for samspil på tværs af fag og institutioner.
- 3. At designe og gennemføre udviklings- og forskningsprojekter med ekstern finansiering.

NCUM | Nationalt Center for Udvikling af Matematikundervisning | matematikdidaktik.dk



DIGITAL PLATFORM

matematikdidaktik.dk

Lanceret februar 2021

Nu, november 2021:

- 18 temaer (5 ved lanceringen)
- Forskning: danske ph.d.-projekter
- Netværk
- Om NCUM
- Aktuelt: Digitale nyheder, et nyhedsbrev og aktivitetskalender

Temaer | Forskning | Netværk | Om NCUM | Aktuelt

TEMA | Grundskole

Teknologiforståelse

Tema om teknologiforståelse i grundskolens matematikundervisning. Hvad er teknologiforståelse, og hvordan kan den indarbejdes i matematikundervisningen, så den bliver en grunddel af matematikundervisningen?

Læs om begrebet, nye teknologiforståelse og matematik i nyere forskning, og få inspiration til undervisningsforløb og undervisningsmateriale.

TEMA | Gymnasiet

Digitale teknologier

TEMA om digitale teknologier i gymnasiet.

22. november kl. 8.30-10, VIA Aarhus

NCUM Konference 2021

Bemærk mellem udvalgte af matematikundervisningens praksis og forskning.

Navn

E-mail

☐ Jeg vil gerne modtage emails

☐ Ja, NCUM må gerne benytte mine data til at indsamle statistik fra nyhedsbrevet

Tilmeld

Nationalt Center for Udvikling af Matematikundervisning

matematikdidaktik.dk udvalgte af NCUM / Nationalt Center for Udvikling af Matematikundervisning

NCUM's mål, organisation og netværk af forskere og lærere, der arbejder på at forbedre og udvide i arbejdet

Det er vigtigt, at netværket af forskere, lærere og pædagoger, der samarbejder om at forbedre matematikundervisningen

Det er vigtigt, at netværket af forskere, lærere og pædagoger, der samarbejder om at forbedre matematikundervisningen

TEMAER

matematikdidaktik.dk er til dig, der ønsker at blive inspireret til at videreudvikle din matematikundervisning og arbejde med matematisk opmærksomhed på et forskningsbaseret grundlag. Eller til dig der blot er nysgerrig og søger ny viden om matematikundervisning. Temaerne er til pædagoger i dagtilbud, lærere i grundskole, gymnasie og erhvervsskoler. Og vi udvikler temaer, der går på tværs af trin og uddannelser.

Temaerne her er aktuelle og relevante temaer vedr. matematiklære og -undervisning fra praksis og forskning.

Dagtilbud

- » Attælle
- » Matematik og sprog
- » Matematisk opmærksomhed
- » Talforståelse

Gymnasie

- » Digitale teknologier
- » Matematisk modellering
- » Undersøgelisbaseret matematikundervisning i gymnasiet

Grundskole

- » Algebra på de yngste klassetrin
- » Kompetenceorienteret matematikundervisning
- » Matematiske resonnementer
- » Teknologiforståelse
- » Undersøgende matematikundervisning i grundskolen

Erhvervsskole

- » Motivation og selvtilid
- » Positionssystemer
- » Test og kortlægning

På tværs af uddannelsestrin

- » Epidemimatematik
- » Lektionsstudier
- » Matematikangst

Nye temaer på vej

VINTER 2021/22

Kommende temaer

1. Tal og algebra
2. Læringstælle
3. Brug af læremidler
4. Barne fornemmelse for rum
5. Talblindhed
6. Test af kompetencer

NCUM

Udgiver

Temaer på matematikdidaktik.dk udvikles i tæt samarbejde mellem forskere og praktikere og udgives af NCUM.

4

Tværgående tema: Lektionsstudier

NC
UM

En metodisk tilgang til udvikling af matematikundervisning

Hvad er lektionsstudier?

Lektionsstudier foregår i et team af lærere, der i forløbskab planlægger, observerer, gennemfører og reflekterer over en udvalgt lektion.

Læs om, hvordan du kan komme i gang med de tre faser, og få overblik over varianter og udviklingsmuligheder.

Pædagogisk, didaktisk og matematikfagligt udbytte

Hvorfor lektionsstudier i matematik?

Lektionsstudier er et relevant format til udvikling af matematikundervisning. Det er et gennemprøvet format, der giver mulighed for at videreudvikle et kreativt og undersøgende forhold til egen matematikundervisning.

Se muligheder, overvejelser og udbytte

Eksempel:

Lektionsstudier i matematik i grundskole og gymnasie

To danske eksempler på forløb med lektionsstudier.

Se:

- eksempel fra et forløb i 3. klasse
- beskrivelse af et lektionsstudie og lektionsplan fra et grundforløb i 1.g om regning med negative tal.

Vilker lektionsstudier?

Lektionsstudiers effekt, historie og udbredelse

Formatet er opstået i Japan som en naturlig forlængelse af masterlæreren og er siden blevet en metode, der indgår som en fast del af læreruddannelsen i Japan.

Se formatets udbredelse og udvikling, og hvad man ved om lektionsstudiers effekt

Tværgående tema: Lektionsstudier

Videreudvikling af temaer

NC
UM

Videoproduktion

Udarbejder en introduktionsvideo til lektionsstudier ud fra et projekt på Midtsjællands gymnasium

Videoen:

- Introducerer faserne i et lektionsstudie
- Supplerer formidlingen af temaet med billeder
- Bruges som inspirationsmateriale til fagteammøder og matematikvejledere

Grundskole tema: Undersøgende matematikundervisning

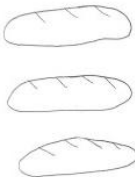
Aktivitet fra et amerikansk forskningsprojekt:

For nogle år siden havde jeg en anden 4.-klasse. Vi skulle på en tur rundt og besøge forskellige steder i New York. Klassen var opdelt i grupper, som skulle besøge forskellige steder i New York. Jeg fik kantine til at lave sandwich til grupperne. Kantine lavede 17 store sandwich til de 22 elever. Der var en forælder til hver gruppe, alt var fint. Desværre var der en forælder, der blev syg, så jeg måtte slå to grupper sammen.

- Gr. 1: Museum of Natural History, 4 elever, 3 sandwiches
- Gr. 2: Museum of Modern Art, 5 elever, 4 sandwiches
- Gr. 3: Ellis Island, 8 elever, 7 sandwiches (tidl. 2 grupper)
- Gr. 4: Planetarium, 5 elever, 3 sidste sandwiches

- 1. Hvor meget af en sandwich fik hver elev i de forskellige grupper?
- 2. I hvilken gruppe fik eleverne mest?

Museum of Natural History



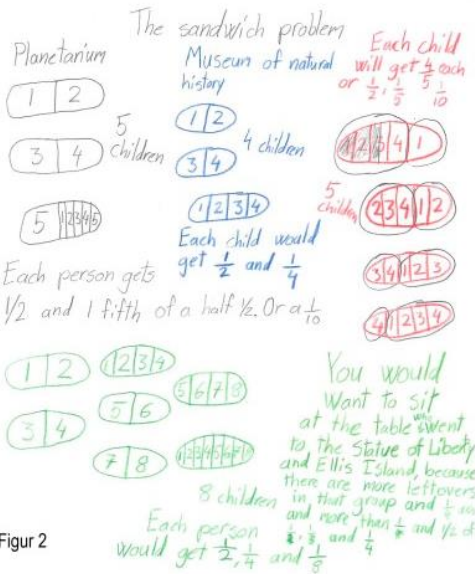
4
Children

Grundskole tema: Undersøgende matematikundervisning

Klassens arbejde med eksempler præsenteres via:

- 1. Lærerens iscenesættelse
- 2. Elevernes undersøgelse
- 3. Fællesgørelse

Sidst i lektionen siger en elev:
"Når det største tal står øverst får de mere end en sandwich hver."



Figur 2

Grundskole tema: Undersøgende matematikundervisning



Hvad er undersøgende matematikundervisning i grundskolen? Og hvorfor er den undersøgende tilgang en vigtig arbejdsform? Få svar på disse spørgsmål, og se eksempler på undersøgende forløb på 4., 5. og 6. klassetrin.

GRUNDSKOLE

Hvad er undersøgende matematikundervisning?

Undersøgende matematikundervisning er kort sagt undervisning, hvor eleverne bliver inviteret til at arbejde på måder, der ligner de måder, matematikere arbejder. Man organiserer ofte et undersøgende forløb i tre faser: en iscenesættelse, en undersøgelse og en fællesgenælelse.

Læs om de didaktiske problemstillinger i de tre faser, og se et eksempel på, hvordan et forløb kan se ud i en 5.-klasse i grundskolen

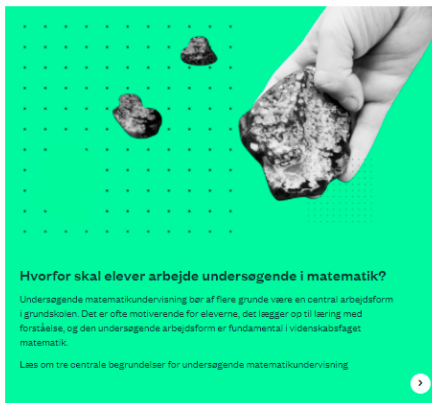


Eksempel: Undersøgende matematikundervisning i 6. klasse

Statistik og dataanalyse

I dette eksempel på undersøgende matematikundervisning skal eleverne sammenligne en ny behandlingsmetode til AIDS-patienter med en tidligere metode. Aktiviteten er afprøvet på en amerikansk 7.-klasse, hvilket svarer til en dansk 6.-7.-klasse.

Se eksemplet, hvor eleverne bl.a. arbejder med autentisk dataanalyse



Hvorfor skal elever arbejde undersøgende i matematik?

Undersøgende matematikundervisning bør af flere grunde være en central arbejdsform i grundskolen. Det er ofte motiverende for eleverne, det lægger op til læring med forståelse, og den undersøgende arbejdsform er fundamental i videnskabsfaget matematik.

Læs om tre centrale begrundelser for undersøgende matematikundervisning



Eksempel: Undersøgende matematikundervisning i 4.-5. klasse

Sammenligning af brøkers størrelser

I dette eksempel på undersøgende matematikundervisning skal eleverne sammenligne størrelsen på forskellige brøker i en kontekst, hvor de skal dele et antal sandwich i forbindelse med en klassetur. Aktiviteten er afprøvet i en amerikansk 4.- og 5.-klasse i forbindelse med et forskningsprojekt om introduktion af brøker.

Grundskole tema: Undersøgende matematikundervisning Videreudvikling af temaet



Videoproduktion

Aktiviteten afprøves i af en matematiklærer med en 4. klasse

Videoerne kan anvendes som:

- Supplement til temaet
- Introduktion til matematikdidaktik.dk og NCUMs arbejde med at udvikle viden til pædagoger og lærere baseret på forskning.
- Grundlag for udvikling af webinar til matematikvejledere og lærere
- Inspirationsmateriale til fagteammøder og matematikvejledere

Gymnasie tema: Digitale teknologier

Siden 00'erne har brugen af digitale teknologier såsom Computer Algebra Systems (CAS) og digitale geometriprogrammer (DGS) for alvor gjort sit indtog i gymnasiets matematikundervisning. Der er bred enighed om, at disse værktøjer har potentialer for matematikundervisningen, men at brugen af det også har mange faldgruber.

Det er fortsat til stor diskussion, hvordan og hvor meget CAS og andre digitale teknologier skal bruges. Det udfoldes her, hvordan matematikdidaktisk forskning kan bidrage til at kvalificere diskussionen.

Digitale teknologier i gymnasiet

Fra værktøj til personligt instrument

Processen at lære et værktøj at kende og at gøre det til et personligt instrument kaldes instrumentel genese, og den proces er ofte lang og kompliceret.

$$220 - x = 208 - (0,7 \cdot x)$$

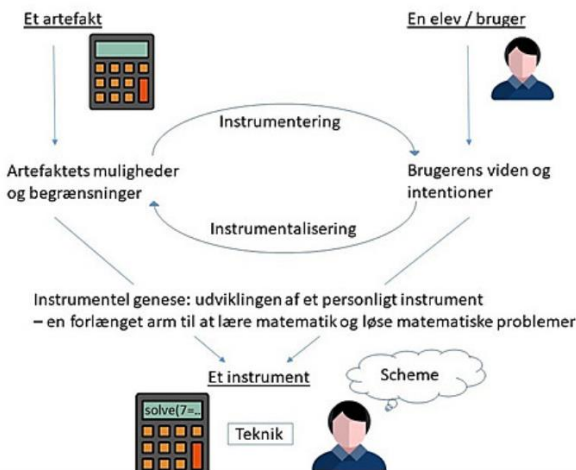
anvend
$$\frac{12 - x}{-0,7} = \frac{-0,7 \cdot x}{-0,7}$$

$$-17 + \frac{x}{0,7} = x$$

Fuck det jeg solver
$$x = 40$$

Gymnasie tema: Digitale teknologier

De tre dualiteter i instrumentel genese



1. Artefakt-Instrument
2. Instrumentering-Instrumentalisering
3. Scheme-Teknik

Gymnasie tema: Digitale teknologier

Begrebsdannelse af ligningsbegrebet ifølge APOS

NC
UM

Lineær ligning som handling



" $15 = 2x + 3$... jeg ka
" $15 = 2x + 3$... måske

Lineær ligning som proces

1. $15 = 2x$
2. $12 = 2x$
3. $6 = x$

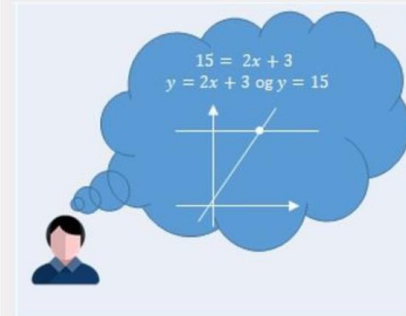
"En ligning er når man skal finde en ubekendt."
"Man skal gøre det samme på begge sider af lighedstegnet."

Lineær ligning som objekt



"En ligning beskriver en lighed mellem udtryk."

Skema for begrebet lineær ligning



"En ligning er når man skal finde en ubekendt."
"Det kan repræsenteres ved symboler og grafer."
"Det kan fx beskrive skæringspunktet mellem to funktioner."

Gymnasie tema: Digitale teknologier

Begrebsdannelsen ved ligning løst med CAS

NC
UM

Processer i arbejdet med begrebet ligning med CAS kan se sådan ud:

- Ligning som **handling** kan forsimples til indtastning i solve-kommando.
- Ligning som **proces** forsvinder, fordi de underliggende skridtvise processer indkapsles i en eller flere CAS-kommandoer.
- Ligning som **objekt** kan være noget, der skal løses, eller måske endda 'solves'. Objektet ligning kan ikke nødvendigvis udfoldes af eleven selv, således at det (re-)konstrueres som et objekt.
- **Skemaet** vil stadig kunne bestå af at kunne relatere begrebet ligning til fx funktionsbegrebet. Dog vil eleven ikke nødvendigvis kunne relatere begrebet ligning med symbolmanipulation, lighed og lighedstegnet, da de underliggende processer ikke vil være en del af skemaet.
- En **ureflekteret brug af CAS som black box** kan medføre, at eleverne bliver afhængige af værktøjet til at udføre simple beregninger og symbolmanipulationer, og at de CAS-baserede handlinger og processer ikke støtter elevernes dannelse af de centrale matematiske begreber.

Gymnasie tema: Digitale teknologier

Videreudvikling af temæet

Podcast: 3 episoder af 6-10 minutter

Format: en uformel snak - som ved kaffemaskinen - baseret på personlige erfaringer som lærer. Lytterne skal have en følelse af at blive inviteret ind “bag scenen”.

Episoderne designes til:

- at kunne bruges som en lektie forud for et modul, hvor forskellige aspekter af brugen af digitale teknologier præsenteres for eleverne.
- at danne bro mellem temaer og praksis.

Der bliver formuleret en kort introduktion til, hvordan podcasten kan anvendes i en undervisningssammenhæng.

Kan lyttes på matematik-didaktik.dk i et tema

Nye initiativer

NCUM-podcast

2 pilot-afsnit om overgangen fra grundskole til gymnasiet

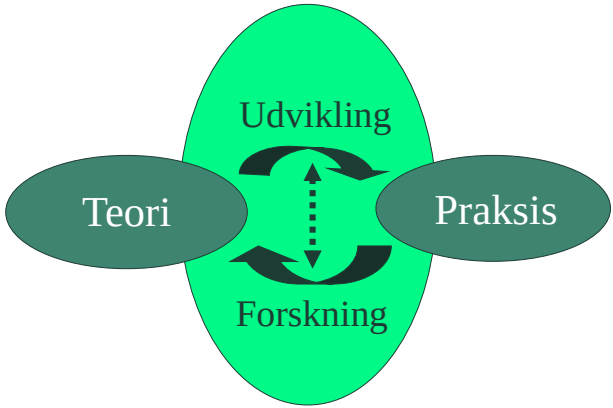
- Baseret på interviews: med gymnasieelever og med grundskole- og gymnasielærere
- Optagelse af en samtale i studiet om teoretiske og praktiske perspektiver med klip fra interviewene



Kan lyttes i en podcastplayer og på matematik-didaktik.dk

**Samspil mellem udvikling af matematikundervisningens
praksis og matematikdidaktisk forskning**

**NC
UM**



God konference!



Nationalt Center for Udvikling
af Matematikundervisning
matematikdidaktik.dk

PROGRAM



9.30-10 - Registrering og kaffe/te

10 - 10.30 - Velkomst og nyt fra NCUM

- › Morten Blomhøj, centerleder, NCUM
- › Charlotte Krog Skott, vicecenterleder, NCUM
- › MODERATOR: Tomas Højgaard, Lektor, ph.d. (DPU, AU)

10.30 -11.30 - Improving mathematics teaching and learning in partnership with teachers: The critical role of systemic support

- › Kara Jackson, ass. Professor, University of Washington, Seattle, WA USA

:: Kara Jackson's indlæg (abstract)



11.30 -11.45 - Kaffe/te pause

11.45 -12.15 - Fælles diskussion

12.15 - 13.15 - Frokost

PROGRAM



13.15 -13.25 - Introduktion til eftermiddagens program

- › Charlotte Krog Skott, vicecenterleder, NCUM
- › Britta Eyriich Jessen, adjunkt, KU

13.25 -13.55 - Ledelse og forvaltning: Lærernes vigtigste partnere ifm. udvikling af undervisningen

- › Rasmus Langager, afdelingsleder, Hummeltofteskolen
- › Jacob Bahn, specialkonsulent i matematik- og naturfagsdidaktik, Center for Uddannelse og Pædagogik, Lyngby-Taarbæk Kommune
- › Tine Rosenberg Larsen, faglig pædagogisk chef, Center for Uddannelse og Pædagogik, Lyngby-Taarbæk Kommune

:: Oplægsholdernes indlæg (abstract)



13.55 -14.40 - Åben lektion med grundskole-elever

- › Jens Hareskov, lærer, Hummeltofteskolen
- › Klavs Ernst Voigt Pedersen, lærer, Hummeltofteskolen

14.40 -14.55 - Kaffe/te pause

PROGRAM

NCUM

14.55-15.25 - Paneldebat

Deltagere i panelet:

- › Jens Hareskov, lærer, Hummeltofteskolen
- › Klavs Ernst Voigt Pedersen, lærer, Hummeltofteskolen
- › Kaj Østergaard, faglig leder, NCUM ekspertgruppe for grundskole
- › Heidi Kristiansen, lektor, Professionshøjskolen Absalon
- › Thomas Kaas, adjunkt, Professionshøjskolen Absalon
- › Jacob Bahn, specialkonsulent i matematik- og naturfagsdidaktik, Center for Uddannelse og Pædagogik, Lyngby-Taarbæk Kommune

Pause 15.25-15.35

15.35-16.15 - The influence of culture on mathematics teaching and learning: Insights from the Foundational Number Sense Research Project and other projects

- › Paul Andrews, Professor, Stockholm University

:: Paul Andrews indlæg (abstract)



16.15 -16.25 - Spørgsmål og diskussion

16.25 -16.30 - Afslutning

- › Morten Blomhøj, centerleder, NCUM

Samspil mellem udvikling af matematikundervisningens praksis og matematikdidaktisk forskning – belyst gennem

NCUM

- forskning der dokumenterer betydningen af systematisk og systemisk understøttelse af udvikling af praksis. Thanks to *Kara Jackson*
- forskning der belyser uddannelses- og skolekulturens betydning for matematikundervisningen. Thanks to *Paul Andrews*
- erfaringer med lektionsstudier og åbne lektioner til udvikling af praksis. Tak til *Britta Jessen, Rasmus Langager, Jacob Bahn* og *Trine Rosenberg Larsen*
- gennem en liveopførsel af en åben lektion! Tak til *Jens Hareskov* og *Klavs Ernst Voigt Pedersen* samt
- en kæmpe stor tak til 6.A og deres lærer - Gammelgaardsskolen i Åbyhøj.
- og en paneldebat, hvor også *Heidi Kristiansen, Kaj Østergaard,* og *Thomas Kaas* deltog. Tak til dem.
- Tak til *Tomas Højgaard* for at lede slagets gang.
- Tak til **VIA** for at huse konferencen og til *Kaj Østergaard* og *Lóa Björk Jóelsdóttir* for hjælp med planlægningen.

Tak til alle for deltagelse!
Vi håber at I fortsat vil følge NCUMs arbejde.



**Vi ser frem til fortsat at udvikle
matematikundervisningen i samspil med
matematikdidaktisk forskning**