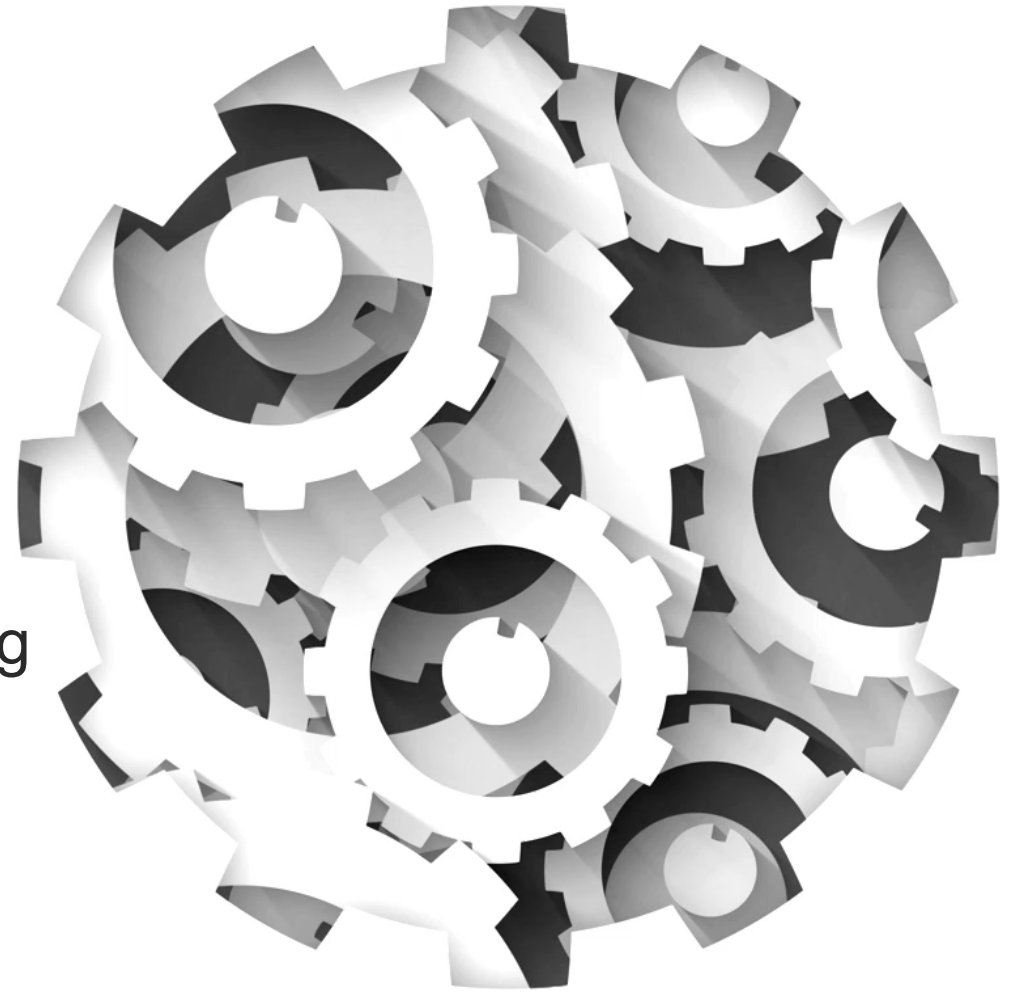


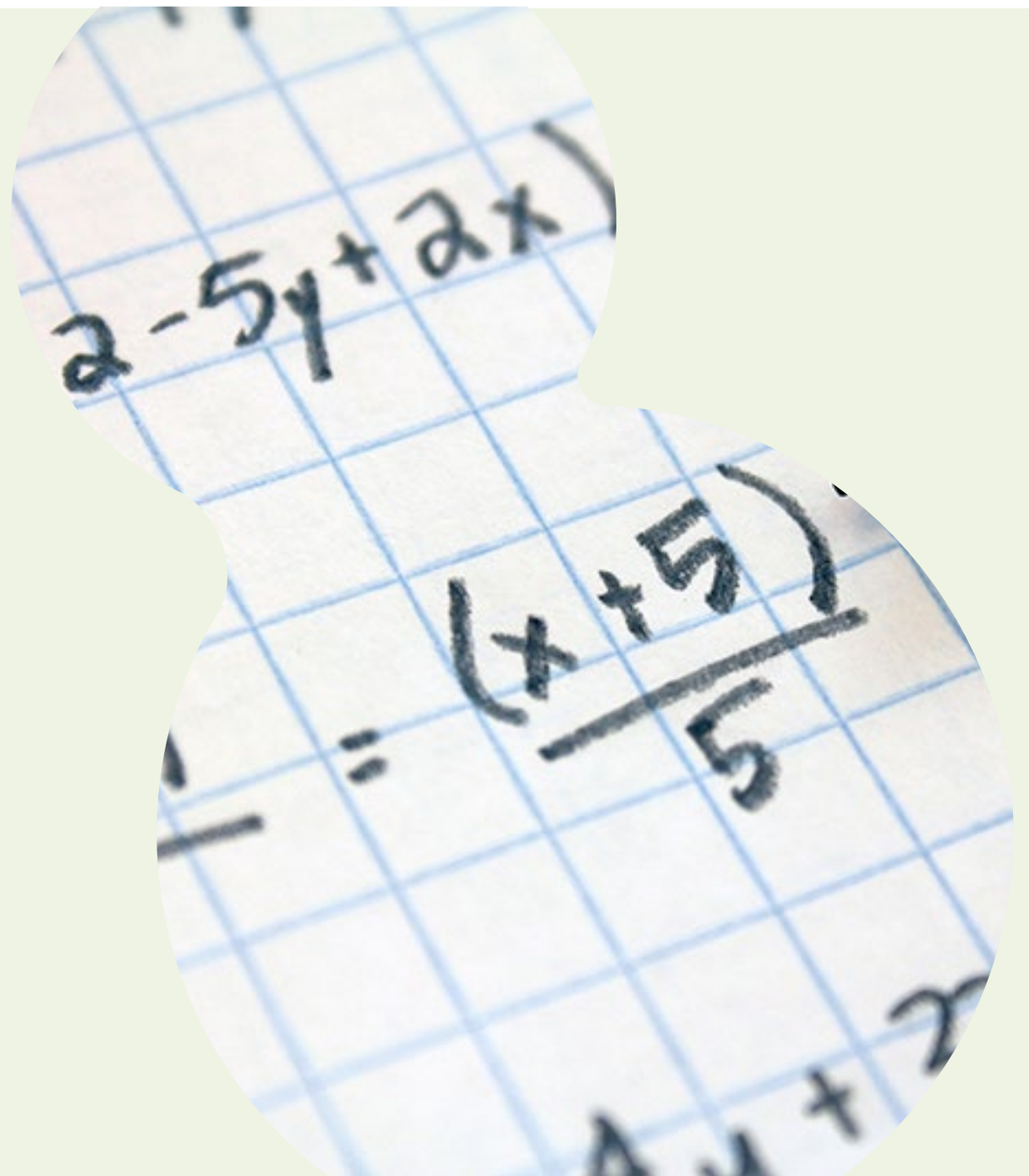
Workshop 4

Læringsspor i grundskolens matematikundervisning
Thomas Kaas, Kirsten Spahn & Rikke Teglskov
NCUM Årskonference
27. November 2024



Program

1. Refleksioner over Jackson & Cobb
2. Intro til tal- og algebraindsatsen ved Thomas Kaas
3. Materialer som understøttelse til tal- og algebraindsatsen fra CFU ved Kirsten Spahn & Rikke Teglskov



Jackson & Cobb

Hvilke tre pointer tager du med dig fra Jackson & Cobbs oplæg?

Hvad kan du se, komme i spil i en dansk kontekst? Hvad skal der til?

Diskuter pointer og potentialer i grupperne.





**Tal- og algebraindsatsen
- hvordan får den betydning?
Thomas Kaas**

PLAN

- 1) Hvad er tal- og algebraindsatsen?
- 2) Eksempler på implementering
- 3) Andre muligheder for implementering



BAGGRUND

- Initiativ fra Børne- og Undervisningsministeriet
- Rapport fra ekspertgruppe (2022)
- Test og prøver

Udregn:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

44 % svarer rigtigt

25 % svarer 4/6

Hvilket udtryk har samme værdi som $(x + 5)^2$ for alle værdier af x ?

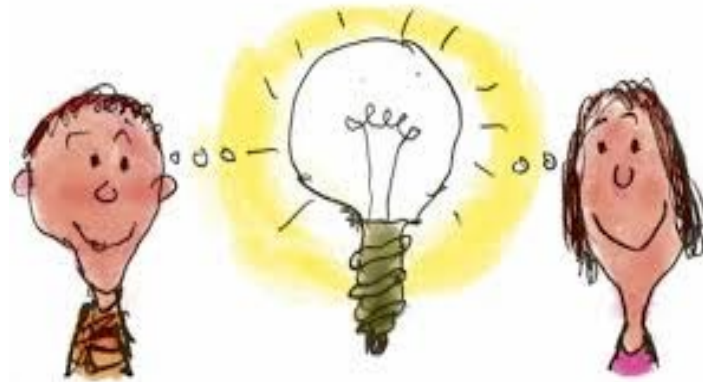
Sæt et X.

- $x^2 + 25$
- $2x + 10$
- $x^2 + 10$
- $x^2 + 5x + 25$
- $x^2 + 10x + 25$

10 % svarer rigtigt

FORMÅL

- Støtte lærere i at undervise i tal og algebra
- Særligt fokus på progression og sammenhæng
- Meningsfuld, engagerende og motiverende undervisning for alle



HVEM HAR ARBEJDET MED INDSATSEN?

SKRIVEGRUPPE

Charlotte Krog Skott (Absalon)
Morten Blomhøj (DPU)
Marit Schou (OTG)
Thomas Kaas (Absalon)



FLERE SKRIVERE

Pernille Ladegaard (VIA)
Mikkel Johansen (KP)
Britta Eyrich Jessen (KU)
Kaj Østergaard (VIA)
Bettina Dahl Søndergaard (AAU)
Lena Lindenskov (DPU)

SPARRING

Hanne Due Bak
Hanne Sax Holm
Line Maj
Maria Grove Christensen
Micky Lindharth
Rikke Teglskov
Pernille Sunde
UVM

HVAD BESTÅR INDSATSEN AF?

10 LÆRINGSSPOR (til grundskolen)

- At addere etcifrede tal (1.-2. kl.)
- At subtrahere flercifrede tal (2.-4. kl.)
- At multiplicere flercifrede tal (3.-5. kl.)
- At dividere flercifrede tal (4.-6. kl.)
- At finde sammenhænge mellem tal (2.-6. kl.)
- At forstå brøker (3.-4. kl.)
- At addere brøker (4.-6. kl.)
- At løse ligninger (3.-6. kl.)
- At sammenligne lineære funktioner (7.-9. kl.)
- At behandle algebraiske udtryk (7.-9. kl.)

5 TEMAER (til grundskolen)

- At regne med etcifrede tal
- At regne med flercifrede tal
- Algebra på de yngste klassetrin
- Brøker (til mellemtrinnet)
- Funktioner (til de ældste klassetrin)

PLAKATER

VIDEOER

GUIDE

ARTIKEL



ET LÆRINGSSPOR

En forestillet 'vej', som en klasse kan 'gå sammen' fra et fagligt udgangspunkt til et fagligt mål.

Vejen består af nogle trin (fx 4), der har form som 'matematiske praksisser' for klassen, dvs. nogle bestemte måder at arbejde med et bestemt matematisk stof.



EKSEMPEL

AT ADDERE BRØKER

FAGLIGT UDGANGSPUNKT

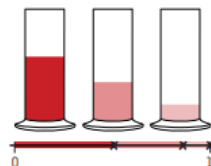
Erfaringer med størrelsen af en brøk, fx at placere brøker på en tallinje.

Kunne forlænge og forkorte brøker.

Kunne addere og multiplicere etcifrede tal.

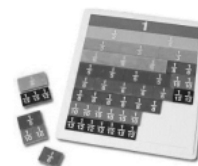
Kunne omskrive uægte brøker til blandede tal.

FASER I LÆRINGSSPORET



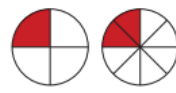
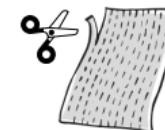
FASE 1

At give overslag på resultatet af addition af brøker med støtte i konkrete materialer.



FASE 2

At addere to brøker med samme nævner ved at addere tællerne med støtte i konkrete materialer.



$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

FASE 3

At addere to brøker, hvor den ene nævner går op i den anden, med støtte i forskellige repræsentationer og regneudtryk.

FASE 4

At addere to brøker, hvor begge brøker skal forlænges for at finde fællesnævner med afsæt i selve regneudtrykket.

Finde en fællesnævner

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$$

FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Multiplikation

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

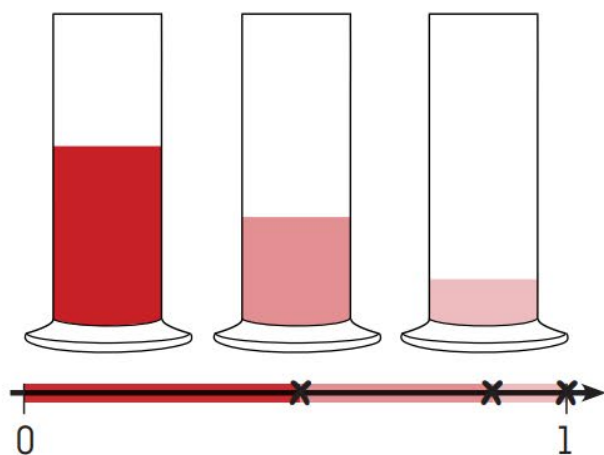
Algebraiske udtryk

$$\frac{1}{4a} + \frac{3b}{2c} = \frac{2c}{8ac} + \frac{12ab}{8ac}$$

Subtraktion

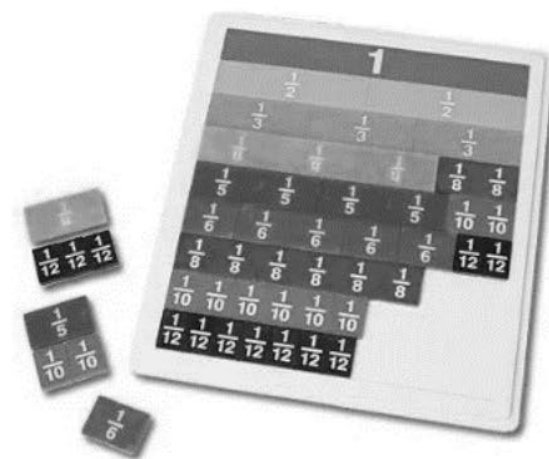
$$\frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{12}{20} - \frac{5}{20} = \frac{7}{20}$$

TRIN 1 (fase 1)



FASE 1

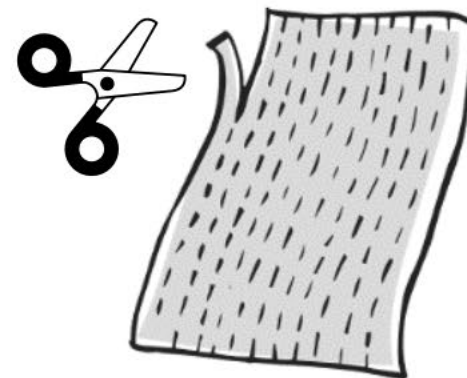
At give overslag på resultatet af addition af brøker med støtte i konkrete materialer.



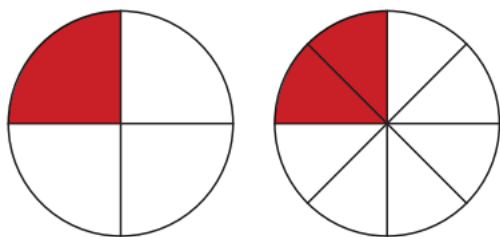
TRIN 2 (fase 2)

FASE 2

At addere to brøker med samme nævner ved addere tællerne med støtte i konkrete materialer.



TRIN 3 (fase 3)



$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

FASE 3


At addere to brøker, hvor den ene nævner går op i den anden, med støtte i forskellige repræsentationer og regneudtryk.



TRIN 4 (fase 4)

FASE 4

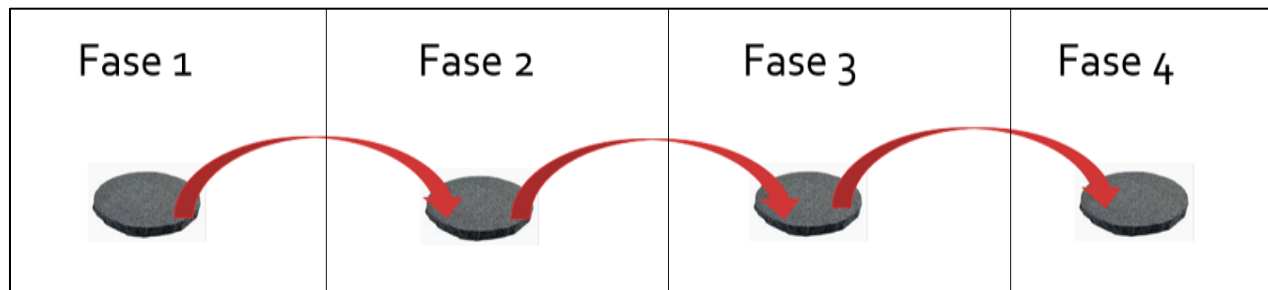
At addere to brøker, hvor begge brøker skal forlænges for at finde fællesnævner med afsæt i selve regneudtrykket.



Finde en fællesnævner

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$$

PROGRESSIONEN I SPORET



Specialtilfælde (lette)



Mere komplekse tilfælde

Konkrete materialer/tegninger



Noter/regneudtryk

EKSEMPEL

Ar finde sammenhænge mellem tal

Rektangler med en fri sidelængde og en sidelængde på 4.
Hvor mange tern bliver der i alt?

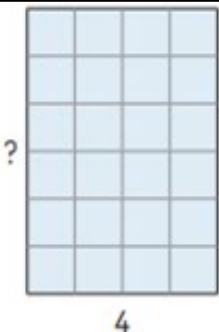
Højde	Antal tern
1	4
2	8
3	12
4	16

Hvis højden er 100,
er det $100 \cdot 4$.

$$h \cdot 4$$

FASE 1

At **finde talpar** i funktionssituationer med lineære sammenhænge og skrive dem med **egne noter**.



FASE 2

At **beskrive** lineære sammenhænge med **funktions-tabeller og regneudtryk**.

$$\begin{aligned} 1 \cdot 4 &= 4 \\ 2 \cdot 4 &= 8 \\ 3 \cdot 4 &= 12 \\ 4 \cdot 4 &= 16 \end{aligned}$$

FASE 3

At **opdage, begrunde og beskrive** generelle lineære sammenhænge **faktuelt og kontekstuelt**.

Man kan tælle, hvor høj den er og så gange det tal med 4.

FASE 4

At **opdage, begrunde og beskrive** generelle lineære sammenhænge på alsidige måder, bl.a. med **algebraisk notation**.

$$h \cdot 4 = t$$

TEKSTERNE OM LÆRINGSSPOR

14-16 sider

- INTRODUKTION med mål
- OVERSIGT
- TILGANG
- LÆRINGSSPORET I PRAKSIS
- GRUNDLAG

Ikke et læremiddel

Ikke en læseplan

[Eksempel](#)

ET TEMA

Uddyber udvalgte faglige emner

Giver konkrete opgaveforslag

Bliver løbende udvidet med videoeksempler

Udvides med PowerPoints med oplæg til faggruppemøder om matematikdidaktik



Algebra for de yngste
klassetrin



1 2 3 4 5
6 7 8 9 0

At regne med etcifrede tal



At regne med flercifrede tal



POTENTIALER

Uddanne

Inspirere

Samarbejde

Forske

TEORI



PRAKSIS

Udvikle

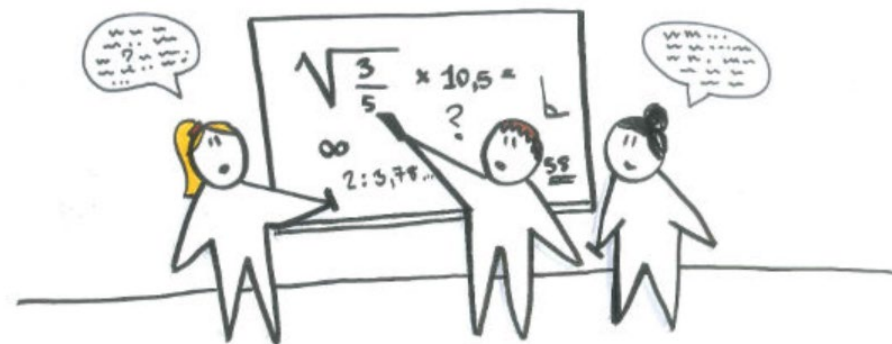
Skrive
læremidler

Diskutere
didaktik

Støtte
overgange

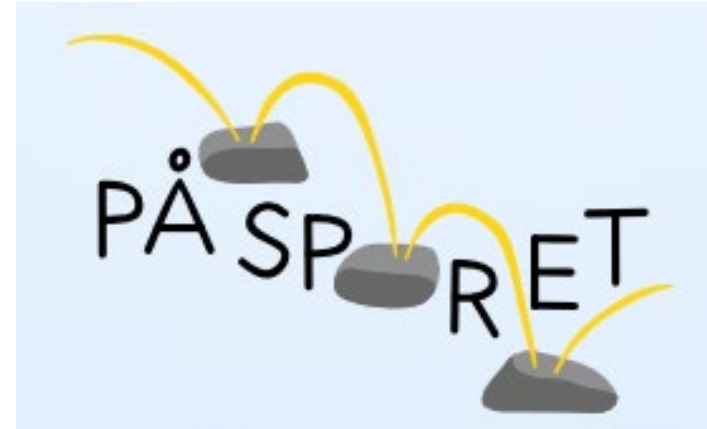
UDFORDRINGER

- Teksterne er krævende – de tager tid at læse
- Læringsspor skal omsættes til undervisning (det er ikke 'plug and play')
- Den undervisning, materialet lægger op til, er ikke typisk i Danmark
- Tid
- 'Projekttrængsel'



EKSEMPEL (Kalundborg)

- Samarbejde mellem Professionshøjskolen Absalon og Kalundborg Kommune
- 2-årigt projekt for alle matematiklærere i 2. klasse og vejledere i kommunen (14 skoler)
- Finansieret af Leo Fondet



PÅ SPORET

Forår 24:

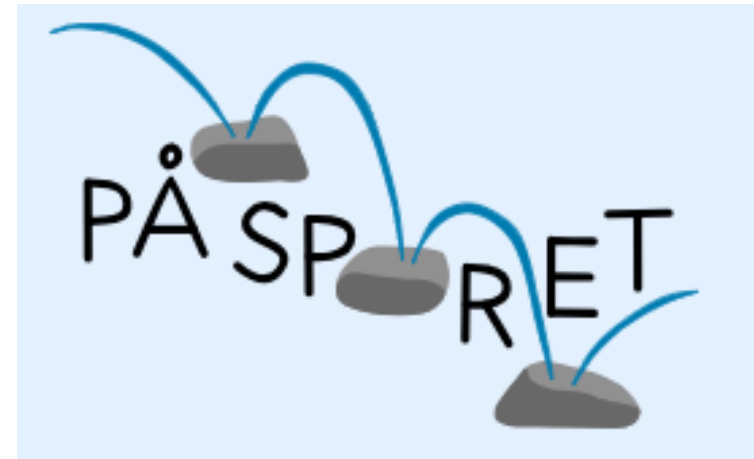
- Kurser for vejlederne
- Udarbejdelse af to undervisningsforløb på grundlag af hvert sit læringsspor

Skoleåret 24/25:

- Kurser for lærerne
- Afprøvning af de to undervisningsforløb.
- Observationer og refleksionssamtaler

Efterår 25:

- Justering af forløb
- Afslutningskonference



EKSEMPEL (Høje-Taastrup)

- Samarbejde mellem Professionshøjskolen Absalon og Høje-Taastrup Kommune
- 1-årigt projekt for vejlederne og alle matematiklærere

Efterår 24:

- Oplæg for alle om læringsspor
- Udvikling af aktiviteter, der er knyttet til læringsspor om subtraktion
- Afprøvninger af aktiviteter

Forår 25:

- Udvikling af forløb, der er knyttet til læringsspor om algebra(?)
- Afprøvning af forløb

ANDRE MULIGHEDER



I det små:

Tag et tema op i faggruppen.

Afprøv en aktivitet fra et tema i klassen.

Hent inspiration til undervisning i temaerne, læringssporene og i materialekasser.

På skoleniveau:

Inddrag læringsspor i årsplanlægning.

Skriv et forløb, der baserer sig på et læringsspor.

Aftal et fælles fokus på tal og algebra på tværs af klassetrin, og brug læringsspor som en fælles tråd.

På kommunalt niveau:

Lad vejlederne arbejde sammen om at udarbejde forløb, der baserer sig på læringsspor.

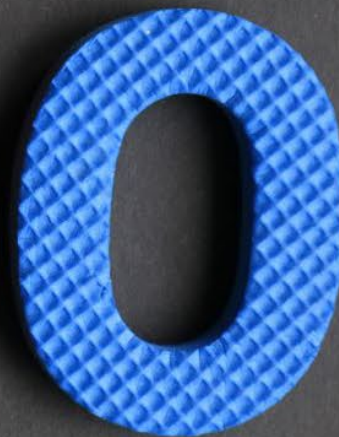
Lad lærerne afprøve og forbedre forløbene – fx i et lektionsstudie- eller aktionslæringsformat.

DISKUSSION

FRA IDE TIL BETYDNING –
Hvad skal der til?



cfu



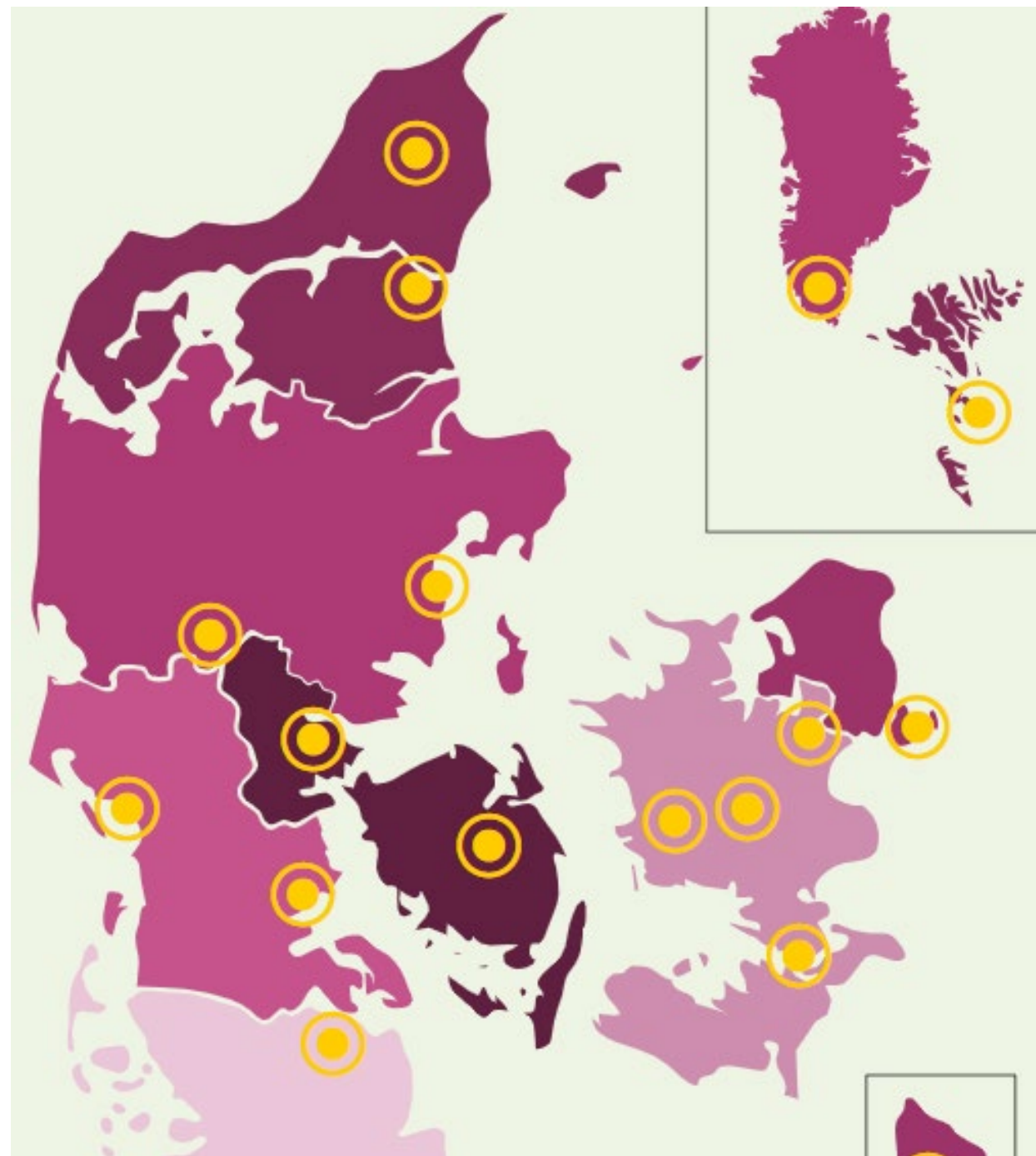
Materialer som
understøttelse til tal- og
algebraindsatsen fra
CFU



CFU Danmark

CFU's kerneopgave er centreret om en omfattende samling af alle slags læremidler til udlån til alle landets skoler og ungdomsuddannelser. I kobling med tilbud om pædagogisk vejledning og praksisnære kurser og konferencer kan underviserne således benytte det lokale CFU's mange tilbud og berige, variere og udvikle deres daglige praksis.

cfu



Aktiviteter til tidlig algebra



Aktiviteter til tidlig algebra

- Et materiale, som kan understøtte;
 - Konkrete aktiviteter og undersøgelser i undervisningen
 - Fællesfaglige samtaler om matematiske begreber og sammenhænge
 - Materialiteter som ikke er en opgavebog
 - Understøtte organisering og didaktiske pointer.



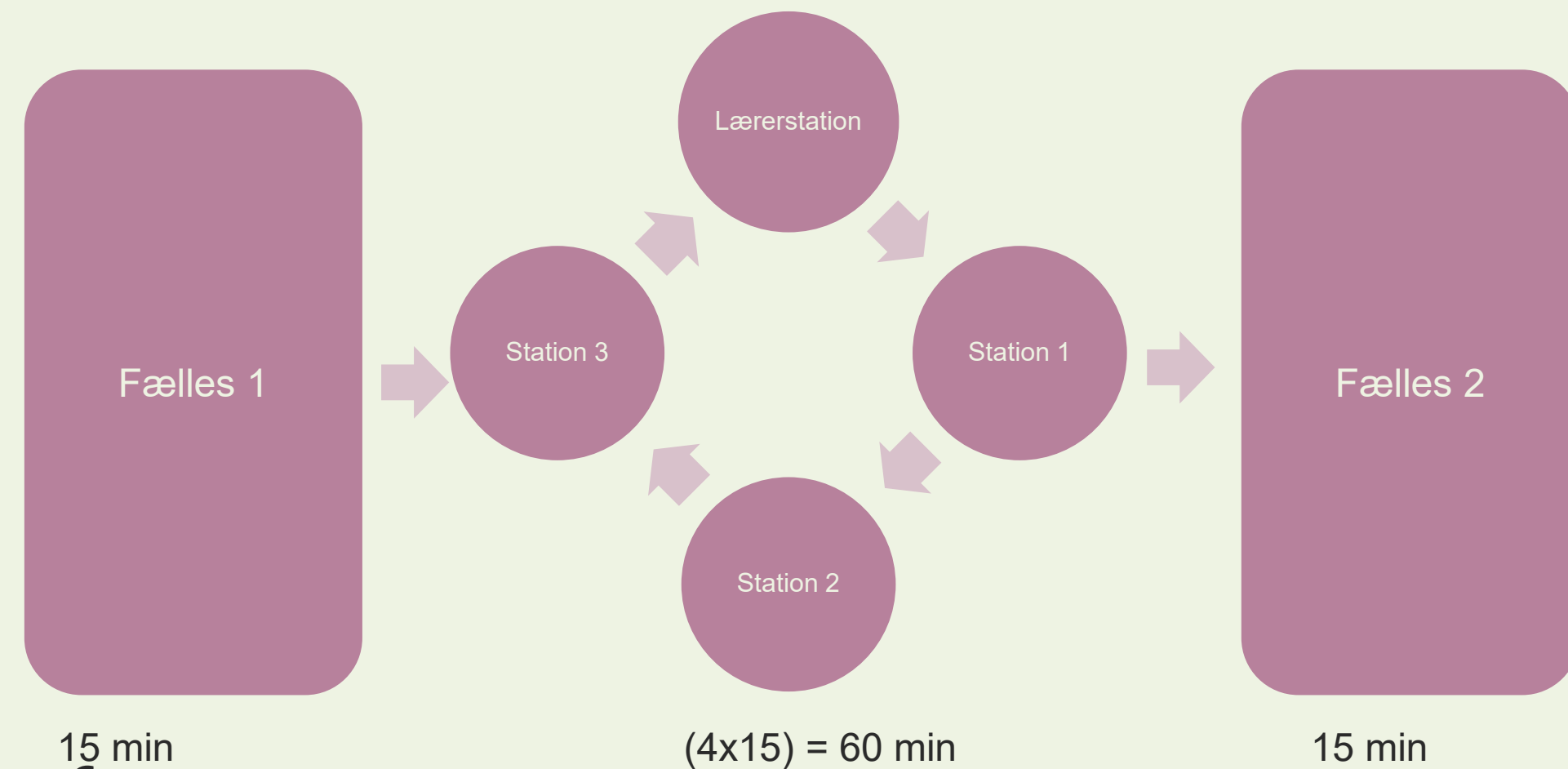
Organisering og brug

Organisering omkring stationer, hvor mindre grupper af elever kan arbejde med forskellige repræsentationer for samme faglige pointe!

Fællesfaglige iscenesættelser som opstart.

Fællesfaglige samtaler som afslutning.

Struktur for en stationsundervisnings-session



Tidsinterval er vejledende: skal tilpasse til elevgruppen, pause behov, og hvor lang tid man reelt har til rådighed.

Kortere tid evt. kun tre stationer med større grupper.

Samtaletræk i matematik

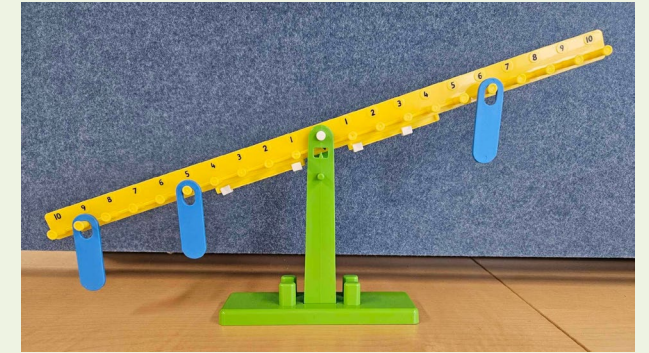
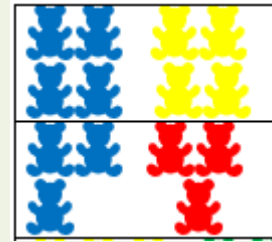
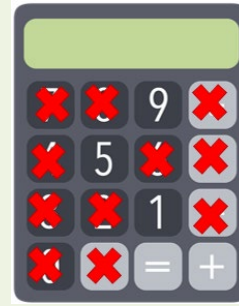
7 greb til at navigere i matematiske diskussioner i et klasserum.

Samtaletræk i matematik

Hvad?	Hvorfor?	Hvordan?
Gentage 	Giver mulighed for at understrege centrale pointer	"Kan en af jer gentage, hvad ... har sagt med jeres egne ord?"
Sammenfatte 	Giver mulighed for at afklare elevernes tænkning og eventuelle misforståelser samt fremhæve vigtige pointer	"Det, du siger, er altså at ... er det rigtigt forstået?"
Tilføje 	Giver eleverne mulighed for at bygge videre på egne eller andres tanker	"Har nogen noget at tilføje til det, der er blevet sagt?"
Revidere 	Giver eleverne mulighed for at genoverveje deres svar og viser, at det er helt ok at ændre sit svar	"Er der nogen, der har ændret deres tanker og ideer om ..."
Være enig/uenig 	Opfordrer eleverne til at forholde sig til andres forklaringer og argumentere for egne tanker	"Er I enige eller uenige i det ... siger? Hvorfor eller hvorfor ikke?"
Vente 	Giver eleverne tid til at tænke	"Jeg giver jer lige lidt tid til at tænke over svaret ..." (efterfulgt af tavshed)
SMS snak med sidemakkeren 	Giver eleverne mulighed for at dele og afklare deres tanker og ideer	"Tal lige med jeres sidemakker om jeres tanker og ideer om svaret ..."

Kilde: Classroom discussions : using math talk to help students learn, grades K-4 Suzanne H Chapin; Mary Catherine O'Connor; Nancy Canavan Anderson 2009; 2. ed.

Afprøv



Ødelagte taster

Egenskaber ved regnearter

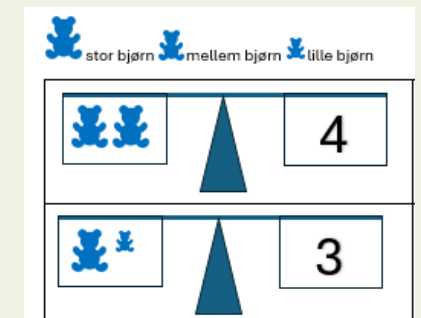
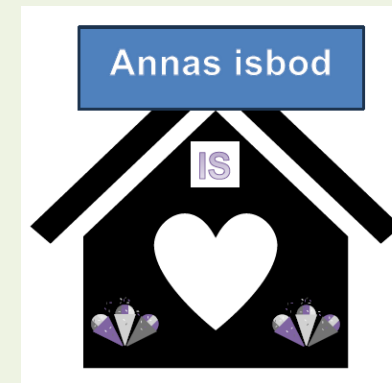
Aktiviteter til forståelse af lighedstegnet

Cuisenaire og algebra (Annas og Alberts isbod)

Schüttelebox

Ræsonnere med ukendte størrelser

Ligningsgåder



Hvor meget og hvor lidt skal beskrives?

Hvordan støtter vi bedst lærere så materialer bliver lige til at gå til – samtidig med, at der også skal være valgmuligheder og fleksibilitet for læreren?



Foråret 2025

Kig efter materialekassen:
Aktiviteter til tidlig algebra hos dit lokale
CFU.

Husk også, at du altid kan tage fat i dit
lokale CFU, hvis du har ønsker til materialer
til udlånsamlingen.

cfu

