

SAMMENHÆNG OG PROGRESSION I ARBEJDET MED ALGEBRA I GRUNDSKOLEN

Thomas Kaas,
Matematikdidaktikkens dag
7. marts, 2025

1

PLAN

- 1) Progression i læringsspor
- 2) Sammenhæng inden for algebra igennem grundskolen
- 3) Spørgsmål og diskussion

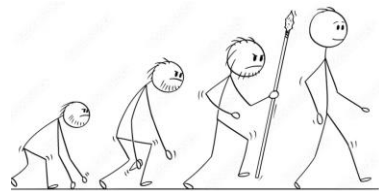


2

FORSKELLIGE TILGANGE

Progression kan fx tænkes

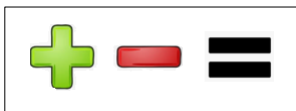
- i taksonomier
- som udvidelse i domæne og aktionsradius
- i spiraludvidelser
- som indholdsbaserede erkendeskridt ☆



3

EKSEMPEL (At løse ligninger)

fra et fagligt udgangspunkt



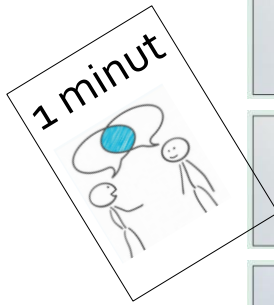
til et mål

$$\begin{aligned} 2x + 10 &= x + 30 \\ x + 10 &= 30 \\ x &= 20 \end{aligned}$$



4

ET UDGANGSPUNKT



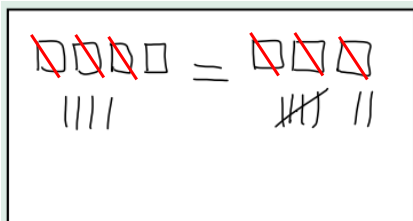
5

ET SKRIDT



Hvad er løsningen?

 Hvordan og hvorfor?



6

ENDNU ET SKRIDT



$$3 \cdot t + 5 = 4 \cdot t + 2$$

$$\begin{array}{c} \cancel{\square\square} \quad \cancel{|||} = \cancel{\square\square} \quad \cancel{||} \\ \cancel{\square} \end{array}$$

$$||| = \square$$

7

I MÅL



$$2x + 10 = x + 30$$

$$x + 10 = 30$$

$$x = 20$$

$$x + 10 = 2 \cdot x + 5$$

$$1. \ x = 5$$

$$4 \cdot x + 7 = 7 \cdot x + 7$$

$$x = 2$$

$$2 \cdot x + 14 = 5 \cdot x + 2$$

$$x = 4$$

$$10 + 3 \cdot x = x + 16$$

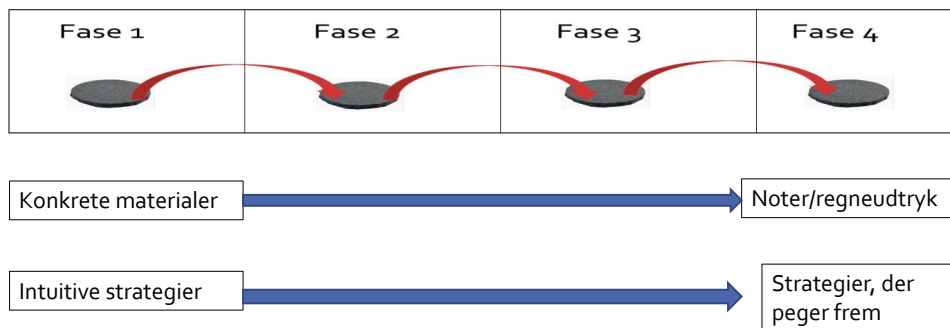
$$x = 3$$

$$3 \cdot t + 10 = 16 + t$$

$$x = 3$$

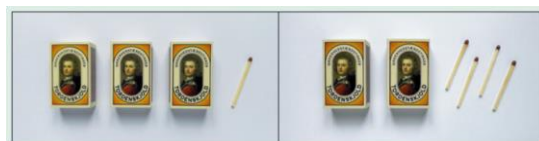
8

PROGRESSIONEN I GROVE TRÆK



9

1) EN SITUATION ELEVERNE KAN FORESTILLE SIG



HVAD GØR LÆREREN?	HVAD GØR ELEVERNE?
Iscalesætter Guider elevernes aktivitet	Løser problemer og ræsonnerer Diskuterer strategier

Eleverne arbejder på grundlag af det, de kan og ved.

10

2) EN OVERGANGSREPRÆSENTATION

$$\begin{array}{c} \square\square\square\square \\ ||| \end{array} = \begin{array}{c} \square\square\square \\ \cancel{|||} || \end{array}$$

HVAD GØR LÆREREN?

- Bringer repræsentationen på banen
- Guider samtaler om strategier om begrundelser.

HVAD GØR ELEVERNE?

- Løser problemer og ræsonnerer
- Diskuterer strategier

Den nye repræsentation rækker tilbage og frem.

11

3) PÅ VEJ MOD GENERALISERING

$$\begin{array}{c} 3 \cdot t + 5 = 4 \cdot t + 2 \\ \cancel{\square\square\square} \cancel{|||} = \cancel{\square\square\square} \cancel{||} \\ ||| = | \end{array}$$

HVAD GØR LÆREREN?

- Bringer repræsentationen på banen
- Guider samtaler om strategier om begrundelser.

HVAD GØR ELEVERNE?

- Løser problemer og ræsonnerer
- Diskuterer strategier

Den nye repræsentation rækker tilbage og frem.

12

4) MATEMATIKSPROG OG NYE ANVENDELSER

$$2x + 10 = x + 30$$

$$x + 10 = 30$$

$$x = 20$$

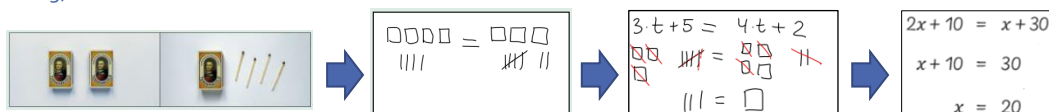
HVAD GØR LÆREREN?	HVAD GØR ELEVERNE?
• Bringer repræsentationen på banen • Guider samtaler om strategier om begrundelser.	• Løser problemer og ræsonnerer • Diskuterer strategier

Den nye repræsentation rækker tilbage og frem.

13

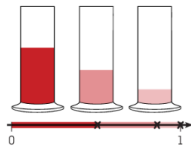
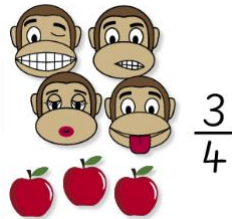
DET BÆRENDE I PROGRESSIONEN

- 1) Udgangspunkt i situationer, som eleverne kan 'se for sig' og tænke i
- 2) Ved at læreren bringer **nye repræsentationer** på banen
- 3) Gennem faglige samtaler om '**hvordan**' og '**hvorfor**'
- 4) Repræsentationerne udgør en sammenhængende kæde fra eksempler, der er forbundet med kontekst, til 'det generelle', der er løsrevet fra den oprindelige kontekst.
- 5) Trinene er ment til alle elever i klassen.



14

ANDRE SITUATIONER?



Pytonslanger i Zoo

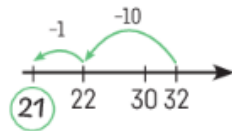


Der er 32 børn i svømmehallen. 11 af dem går hjem. Hvor mange børn er tilbage i svømmehallen?

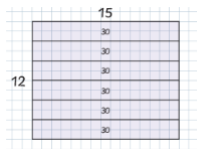


15

ANDRE OVERGANGSREPRÆSENTATIONER



Højde	Antal tern
1	4
2	8
3	12
4	16



16

UNDERVISNING MED LÆRINGSSPOR

- Én opgave til hele klassen
- Samme opgave i lang tid
- **Iscenesættelse**
- **Undersøgende arbejde i små grupper**
- **Fælles faglig samtale**



17

2 MINUTTER



Kan I se den her type progression og undervisning for jer i praksis?

Hvilke potentialer og udfordringer kan der være i at omsætte ideerne til praksis?

18

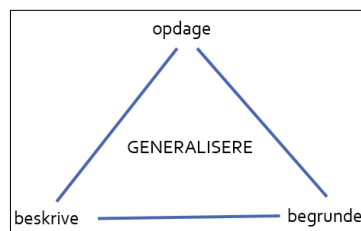
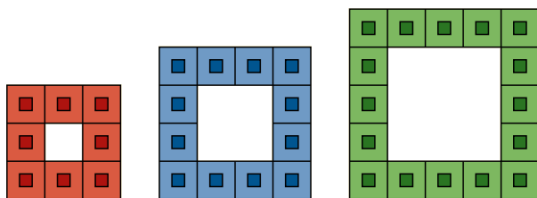
ALGEBRA PÅ TVÆRS AF 1.-9. KLASSE

To gennemgående hovedtråde, som snor sig (og forgrener sig).



19

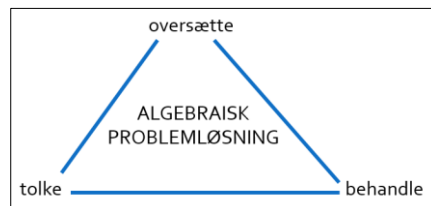
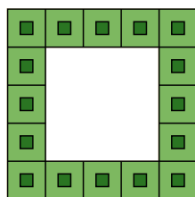
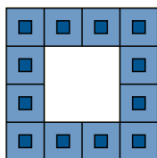
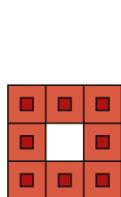
DEN ENE HOVEDTRÅD



Hvordan er (den generelle) sammenhæng mellem sidelængde og antal centicubes?

20

DEN ANDEN HOVEDTRÅD

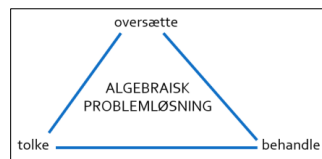
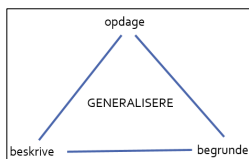


Findes der en ramme med 100 centicubes? Hvor stor er sidelængden i sådan en ramme?

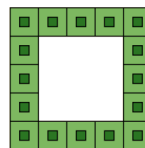
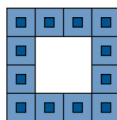
$$4n - 4 = 100$$

21

INDSKOLING



Antal i siden	Antal i alt
1	
2	
3	
4	12
5	16
6	20
7	
8	
9	32
10	36

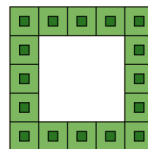
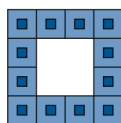
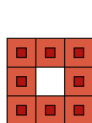
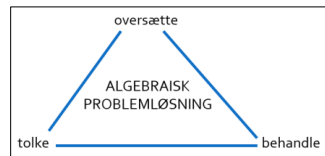
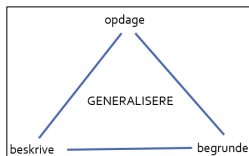
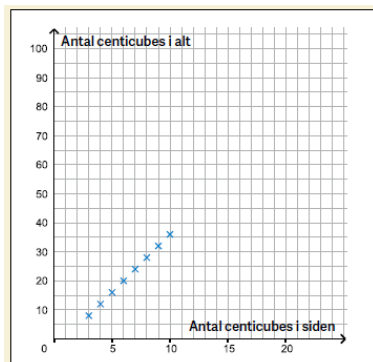


Hvad er mønsteret? (lodret og vandret?)

Kan man lave en ramme med 50 centicubes?

22

MELLEMTRIN



$$4n - 4$$

$$4n - 4 = 50$$

23

UDSKOLING

$$f(n) = 4n - 4$$

$$g(n) = n + n + (n - 2) + (n - 2)$$

$$h(n) = 4(n - 2) + 4$$

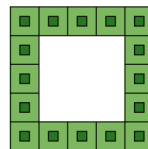
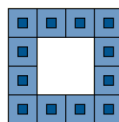
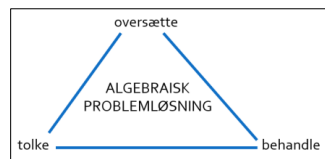
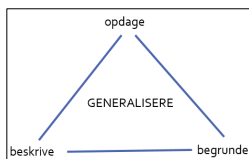
$$i(n) = n^2 - (n - 2)^2$$

$$4n - 4 = 4 \cdot (n - 2) + 4$$

$$4n - 4 = 4n - 8 + 4$$

$$4n - 4 = 4n - 4$$

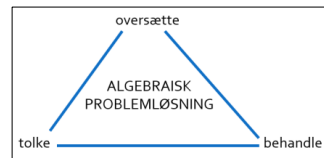
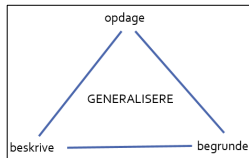
$$n = n$$



Algebra sammen med
problemløsning/modellering/ræsonnementer

24

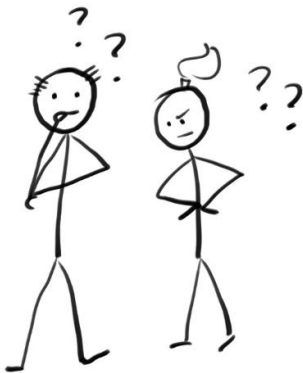
LÆRINGSSPOR I DE TO TRÅDE



- At finde sammenhænge mellem tal (2.-6. kl.)
- At sammenligne lineære funktioner (7.-9. kl.)
- At løse ligninger (3.-6. k.)
- At behandle algebraiske udtryk (6.-9. kl.)

25

SPØRGSMÅL & DISKUSSION?



26