



Et nuanceret blik på digitale teknologier i gymnasiet

Britta Eyrich Jessen
TT Adjunkt, Institut for Naturfagenes Didaktik

UNIVERSITY OF COPENHAGEN



DAGENS PROGRAM

- Introduktion til NCUM-temaet digitale teknologier
- Fra værktøj til instrument
- Første case
- Black boxing, APOS & begrebsdannelse
- Anden case
- In- & out-sourcing, orkestrering og dialektikker
- Design af egne aktiviteter

Introduktion til NCUM tema

MATEMATIK DIDAKTIK

NCUMs temaer Forskning Netværk Om NCUM Videoer og webinarer Podcasts Aktuelt

For side > Temaer > Digitale teknologier

Digitale teknologier

Siden 00'erne har brugen af digitale teknologier såsom Computer Algebra Systems (CAS) og digitale geometriprogrammer (DGS) for alvor gjort sit indtog i gymnasiet matematikundervisning. Der er bred enighed om, at disse værktøjer har potentialer for matematikundervisningen, men at brugen af dem også har mange faldgruber.

Det er fortsat til stor diskussion, hvordan og hvor meget CAS og andre digitale teknologier skal bruges. Det udfoldes her, hvordan matematikdidaktisk forskning kan bidrage til at kvalificere diskussionen.

Digitale teknologier i gymnasiet

Fra værktøj til personligt instrument

Processen at lære et værktøj at kende og at gøre det til et personligt instrument kaldes instrumentel genese, og den proces er ofte lang og kompliceret.

Læs om de dualiteter og processer, der gør sig gældende, når digitale teknologier går fra at være værktøjer til personlige instrumenter, der fungerer som elevens forlængede arm.

CAS som black box

Det kaldes black box, når CAS benyttes til fx at lette arbejdet med tunge eller mange beregninger.

Læs om de to tilgange i brugen af CAS som black box, og hvordan man finder måder, hvor CAS understøtter frem for at overskygge matematikken.

CAS, begrebsdannelse og negativ black box-effekt

En velkendt måde at betragte matematisk begrebsdannelse er at skelne mellem begrebet som en proces eller et objekt. Når eleverne benytter CAS, kan dele af begrebsdannelsen gå tabt. Læs her introduktion til APOS-teorien, der kan benyttes til at diskutere effekterne af CAS som black box.

Og læs om, hvordan en ureflekteret brug af CAS kan begrænse elevernes begrebsdannelse.

Pragmatisk og epistemisk tilgang

Løsnings- og erkendelsesorienteret brug af CAS

Elever benytter CAS både løsningsorienteret og erkendelsesorienteret. Anvendelse af digitale værktøjer kun løsningsorienteret, går vi glip af gode muligheder for at opnå erkendelse.

Læs her om, hvilken balance mellem det pragmatiske og epistemiske vi kan sege at



Mathilde Kjær Pedersen
 Master of Education · Aarhus University
 Denmark



Uffe Thomas Jankvist
 MSc, PhD · Professor at Aarhus University
 Copenhagen, Denmark

Introduktion til NCUM tema – fra værktøj til personligt instrument

Artefakt-instrument dualitet

Artefakt ~ (u)kendt værktøj, der kan manipuleres med

Instrument ~ personligt redskab, der kan 'tænkes matematik med', man kan 'spille på flere tangenter'

Instrumentering-instrumentalisering

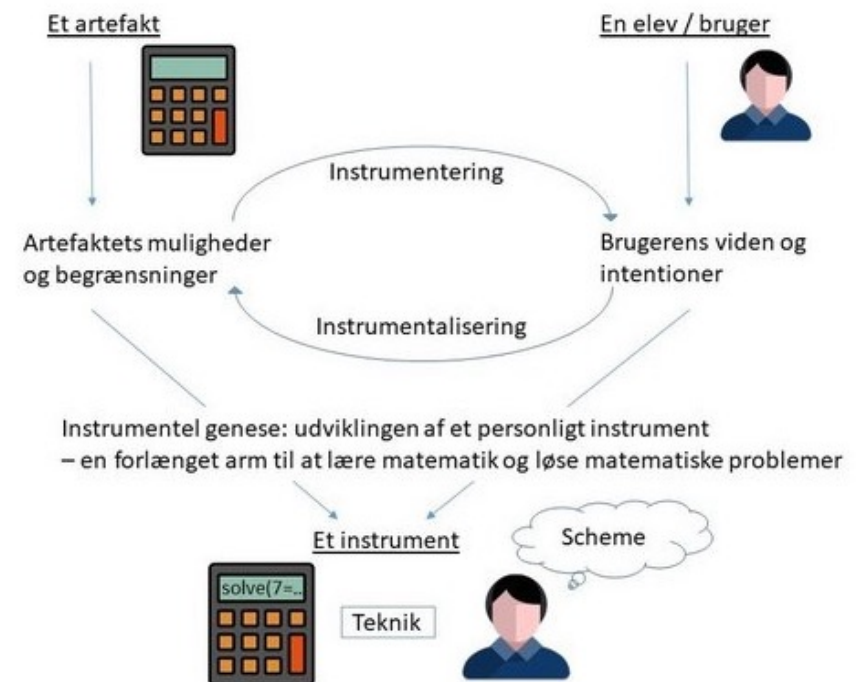
Instrumentering ~ process, hvor elevens handlinger og viden skal tilpasses udstyret (syntax for brug af 'solve').

Instrumentalisering ~ process for elevens kognitive evner betinger anvendelse af artefakt/instrument

Teknik-schem dualitet

Teknik ~ de observerbare handlinger

Scheme ~ kognitive processer og udvidelser



Model: De tre dualiteter i instrumentel genese. Klik for at se en større version af modellen.

Introduktion til NCUM tema – fra værktøj til personligt instrument

“A technique is a manner of solving a task and, as soon as one goes beyond the body of routine tasks for a given institution, each technique is a complex assembly of reasoning and routine work. I would like to stress that techniques are most often perceived and evaluated in terms of pragmatic value, that is to say, by focusing on their productive potential (efficiency, cost, field of validity). But they have also an epistemic value, as they contribute to the understanding of the objects they involve, and thus techniques are a source of questions about mathematical knowledge.” (Artigue, 2002, p. 249)

“It is certainly easy to recognise the pragmatic value of instrumented techniques, but it may be less easy to grasp their epistemic value.” (Artigue, 2002, p. 259)

Funktionsundersøgelse med papir og blyant

Eksempel

Vi ønsker at bestemme monotoniforholdene for funktionen

$$f(x) = -x^3 - 3x^2 + 2.$$

f er en differentiabel funktion, så vi starter med at differentiere den

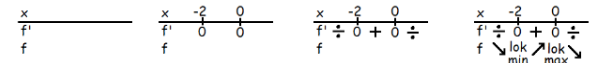
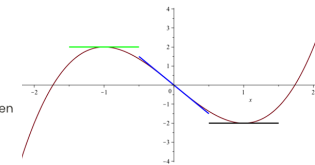
$$f'(x) = -3x^{3-1} - 3 \cdot 2x^{2-1} + 0 = -3x^2 - 6x.$$

Nu ønsker vi at finde de x -værdier, hvor $f'(x)$ er 0

$$\begin{aligned} 0 &= f'(x) \Leftrightarrow \\ 0 &= -3x^2 - 6x \Leftrightarrow \\ 0 &= -3x(x + 2). \end{aligned}$$

Nulreglen giver nu, at løsningerne er

$$x = 0 \quad \vee \quad x = -2.$$



Funktionsundersøgelse med Nspire

OPGAVE

Givet funktionen

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 17$$

Grafisk løsning

- Tegn grafen for f i grafvinduet $[0; 6] \times [-2; 5]$.
- Bestem nulpunkterne for f .
- Bestem lokalt maksimum og minimum for f .
- Bestem monotoniforhold for f .
- Bestem ligning for tangent til $(3, f(3))$.
- Løs ligningen $f(x) = 2$.

Beregningssløsning

- Bestem skæring med andenaksen.
- Bestem nulpunkter for f .
- Bestem $f'(x)$.
- Løs ligningen $f'(x) = 0$.
- Bestem monotoniforhold for f .
- Bestem ligning for tangent til $(3, f(3))$.
- Løs ligningen $f(x) = 2$.

Introduktion til NCUM tema – fra værktøj til personligt instrument

Problemet, som eleverne fik udleveret:

Du er kaptajn i søroveriets velmagtsdage og skal føre dit skib fra Havana til Santo Domingo (se vedlagte kort). Din besætning består af et sammenrend af landkrabber, lykkeriddere og letmatroser, som lige akkurat formår at følge en udstukket kurs på formen:

- › Sejl 20 sømil mod syd (S), derefter 30 sømil mod sydøst (SØ), derefter 100 sømil mod nordvest (NV), etc. For noget tid siden sejlede du fra Aruba til Montserrat på 3 døgn, og du regner med at kunne holde samme gennemsnitsfart under denne tur.
- › Hvilke ordrer skal du give til din besætning for at komme frem, og hvor lang tid vil det cirka tage?
- › I forventes at anvende vektorer i jeres besvarelse af spørgsmålene.



Figur 1: Figuren viser dels et billede af GeoGebrafilen med landkortet over det Caribiske Hav, med angivelse af de nævnte byer og til højre vises kompasrosen.



© Can Stock Photo - csp6721639

I får udleveret en beskrivelse af, hvad HTX-eleverne gør.

I mindre grupper skal I identificere eksempler på:

- Teknikker, der tages i brug
- Pragmatisk brug af værktøjet
- Epistemisk brug af værktøjet
- Instrumentalisering
- Instrumentering
- Diskutér hvordan værktøjet (GeoGebra) har understøttet eller vanskeliggjort læring af basale regneregler for vektorer i 2D?



Del i padletten:

https://ucph.padlet.org/brittaeyrichjessen/matdiddag2023_ws5

Introduktion til NCUM tema – fra værktøj til personligt instrument

Teknikker:

- Placering af faste og flytbare punkter
- Linjestykker
- Hældning af linjestykker
- Addition af linjestykker
- Vektorer fra origo
- 'Vektorer fra begyndelsespunkt'
- Vektorer som længde og retning
- Addition af vektorer
- Længde af vektorer
- Addition af længder af vektorer
- Hvor mange teknikker med papir og blyant?

Pragmatisk brug af værktøjet

- Optegning af rute med velkendte teknikker
- Beregning af længde af vektorer og rute

Epistemisk brug af værktøjet

- Undersøge vektorbegreber
- Algebraisk vs. Geometrisk vektorbegreb
- Enhedscirklen
- Skalarprodukt
- $|\overrightarrow{v_{samlet}}| \neq c_1 \cdot |\overrightarrow{u_1}| + c_2 \cdot |\overrightarrow{u_2}| + \dots + c_n \cdot |\overrightarrow{u}|$

Instrumentalisering

Instrumentering

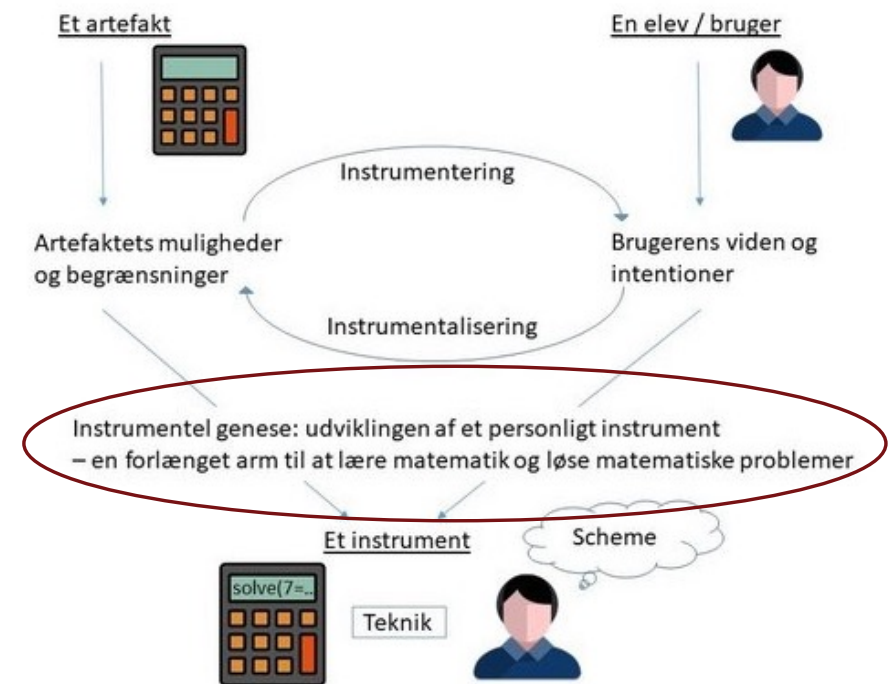
- Diskutér hvordan værktøjet (GeoGebra) har understøttet eller vanskeliggjort læring af basale regneregler for vektorer i 2D?

Introduktion til NCUM tema – fra værktøj til personligt instrument

Instrumental genesis

“He defined instrumental genesis as the process of developing an instrument from the interaction between a subject and an artifact, for facing a class of situations. The relation between an artifact and an instrument, then, is a dialectical one: the instrument develops from a given artifact, but also the artifact itself could be transformed by the instrumental genesis [...].”

(Trouch, 2020 (ref. Rabardel, 2002))



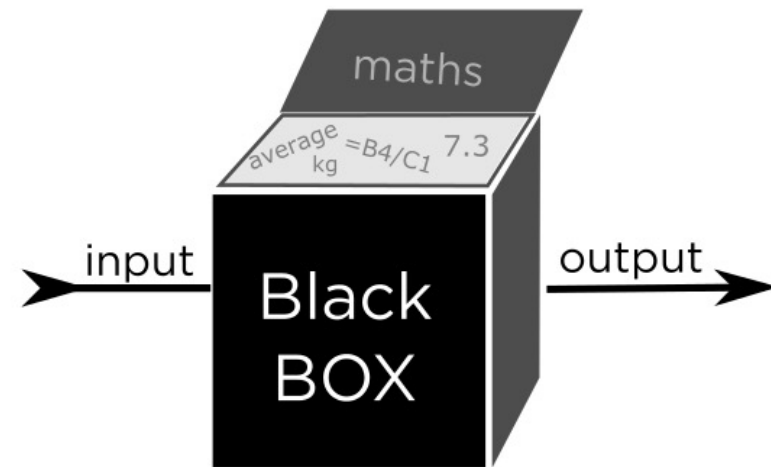
Model: De tre dualiteter i instrumentel genese. Klik for at se en større version af modellen.

Drijvers, Godino, Font & Trouche (2013), Vergnaud (2009), Artigue (2022)

Introduktion til NCUM tema – CAS som black box

To tilgange

1. At eleverne først studerer emnet, dets begreber, problemer, eksempler og tilhørende beregninger grundigt. Når disse er velkendte, kan eleverne bruge CAS til mere komplicerede beregninger, således at de ikke spænder ben for det videre arbejde. (Buchberger, 1990)
2. At betragte CAS som *løftestang*, hvor CAS bruges som black box inden de underliggende beregninger studeres i detaljer. Det sikrer, at eleverne ikke skal forholde sig til begreber, problemer, eksempler og beregninger på én gang. (Dreyfus, 1994)



www.nationalnumeracy.org.uk
©National Numeracy

Problemer med begge tilgange: matematisk diskurs er allerede udfordrende for eleverne, hvorfor værktøjets syntaks kan være en ekstra forhindring ift. positiv 'black boxing' (Edwards, 2003; Misfeldt, Jankvist & Iversen, 2018; Jankvist, Misfeldt & Marcussen, 2016)

Introduktion til NCUM tema – CAS og begrebsdannelse

Lineær ligning som handling

A person is shown thinking about solving the equation $15 = 2x + 3$. The thought process is depicted in two thought bubbles. The first bubble contains the equation $15 - 3 = 2x + 3 - 3$. The second bubble contains the steps: $x = 6?$, $2 \cdot 6 + 3$, $= 12 + 3$, and $= 15$.

" $15 = 2x + 3$... jeg kan starte med at trække 3 fra."

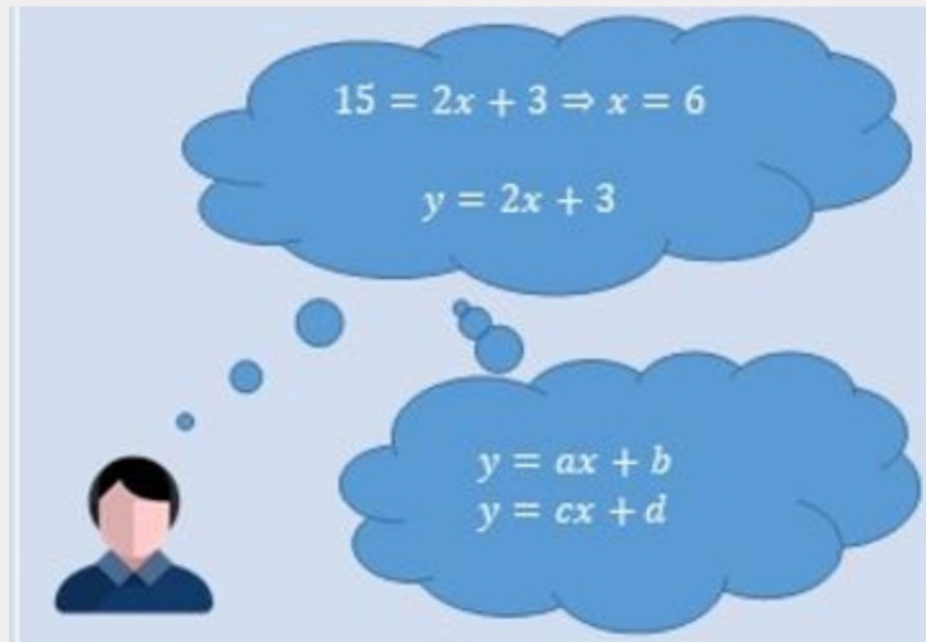
Lineær ligning som proces

A person is shown thinking about solving the equation $15 = 2x + 3$ through a series of steps. The thought process is depicted in a single thought bubble containing a list of steps: 1. $15 = 2x + 3$, 2. $12 = 2x$, and 3. $6 = x$.

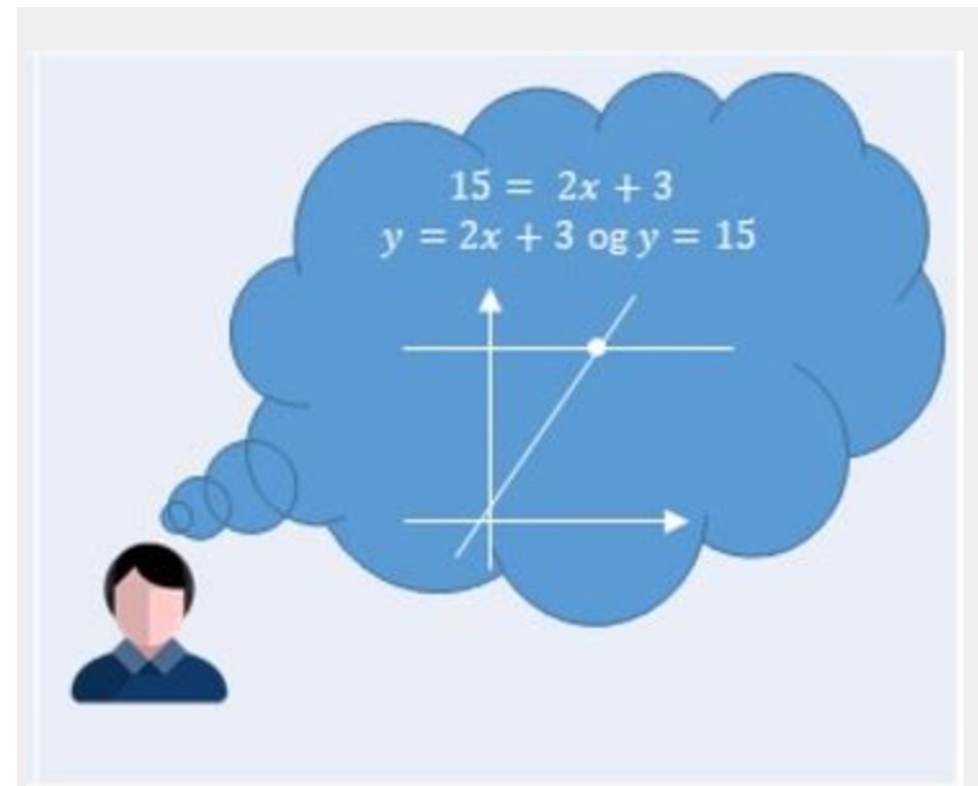
"En ligning er når man skal finde en ubekendt." "Man skal gøre det samme på begge sider af lighedstegnet."

Introduktion til NCUM tema – CAS og begrebsdannelse

Lineær ligning som objekt



"En ligning beskriver en lighed mellem to størrelser eller udtryk"



"En ligning er når man skal finde en ubekendt." "Det kan

Introduktion til NCUM tema – CAS og begrebsdannelse

Begrebsdannelse begrænses, da flere relaterede teknikker overflødiggøres, og samtidig bliver den lærende afhængig af værktøjet (Lagrange, 2005, Jankvist & Geraniou, 2021)

- Ligning som handling kan forsimples til at taste den ind i CAS-værktøjets solve-kommando.
- Ligning som proces forsvinder, fordi de underliggende skridtvise processer indkapsles i en CAS-kommando eller række af kommandoer.
- Ligning som objekt kan være noget, der skal løses, eller måske endda 'solves'. Objektet ligning kan i dette tilfælde ikke nødvendigvis udkapsles af eleven selv, således at begrebet ligning kan (re-)konstrueres som et objekt.
- Skemaet her vil stadig kunne bestå af at kunne relatere begrebet ligning til fx funktionsbegrebet. Dog vil eleven ikke nødvendigvis kunne relatere begrebet ligning med symbolmanipulation, lighed og lighedstegnet, da de underliggende processer ikke vil være en del af skemaet.

Introduktion til NCUM tema – Negativ black box effekt

Rendyrket pragmatisk brug begrænser vores muligheder for epistemisk brug.

At bruge CAS *erkendelsesorienteret* er derimod, når vi bruger CAS til at udvide vores viden om et matematisk begreb eller relationer mellem begreber og dermed understøtter læring. Dette hænger ofte sammen med instrumentering i instrumentel genese, hvor elevens tankegang bliver påvirket af værktøjets udformning, som fx undersøgelser af sammenhænge mellem funktionsforskrift og graf. Det ses også ofte i forbindelse med undersøgelsesbaseret undervisning.

$$220 - x = 208 - (0,7 \cdot x)$$

~~220 - x = 208 - 0,7 \cdot x~~

$$\frac{12}{-0,7} - \frac{x}{-0,7} = \frac{-0,7 \cdot x}{-0,7}$$

Fuck det jeg solver

$$-17 + \frac{x}{0,7} = x$$

$$x = 40$$

altså for felle ~~40~~ 40 pd

Introduktion til NCUM tema – black/grey/white boxint?

Differentiability

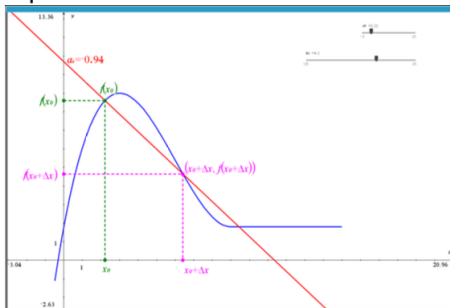
II. In TI-nspire Task 2 you see a graph of a function.

- a) By means of the above-mentioned definition and the secant line, examine if the function is differentiable for $x_0 = 1$, $x_0 = 3$ and $x_0 = 9$.
b) Consider if the function is differentiable in the entire interval $] - 0.5, 15[$.

The function for Task II is given by

$$f_{II}(x) = \begin{cases} \frac{1}{15}x^3 - 1.2x^2 + 5.4x + 1.8, & -0.5 \leq x \leq 9 \\ 1.8, & 9 < x \leq 15 \end{cases}$$

The function f_{II} is represented by the blue graph in the corresponding window of TI-nspire.



III. In TI-Nspire Task 3 you see a graph of a function

- a) By means of the above-mentioned definition and the secant line, examine if the function is differentiable for $x_0 = 2$ and $x_0 = 10$.
b) Consider if the function is differentiable in the entire interval $] - 1, 15[$.

The function for Task III is given by

$$f_{III}(x) = \begin{cases} \frac{1}{12}x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{28}{3}, & -0.5 \leq x \leq 9 \\ -0.1x + 2, & 9 < x \leq 15 \end{cases}$$

With an equivalent window in TI-nspire illustrating the graph of f_{III} .

I får udleveret en beskrivelse af, hvad STX-eleverne gør.

I mindre grupper skal I identificere eksempler på:

- Differentiabilitet som handling?
- Differentiabilitet som proces?
- Differentiabilitet som Objekt
- Dannelse af skema for differentiabilitet
- Pragmatisk eller epistemisk brug af CAS?
- Diskutér hvordan værktøjet (Nspire) har understøttet eller vanskeliggjort læring af differentiabilitet?

Del i samme padletten:

https://ucph.padlet.org/brittaeyrichjessen/matdiddag2023_ws5



Introduktion til NCUM tema – black/grey/white boxint?

- Differentiabilitet som handling?
 - Prøver sig frem med Δx -værdier, der 'tastes ind i skyderen'
 - Opskriver differenskvotient som hældning for lineær funktion og beregner hældning tæt på valgt x_0
- Differentiabilitet som proces?
 - Ligger indlejret i designet af slider, men udfordring med $\Delta x = 0$
- Differentiabilitet som Objekt
 - Ikke tydelig i data, kunne være da den ene gruppe tror det er en egenskab funktionerne bare har
- Dannelse af skema for differentiabilitet
 - Der trækkes på begreber om hældning af lineær funktion
 - Der arbejdes med gradvist at komme tættere på x_0
 - Udvikles ikke et fuldt skema
- Pragmatisk eller epistemisk brug af CAS?
 - Pragmatisk til beregning af hældning, til at komme tættere på
 - Epistemisk bruges den grafiske repræsentation med tangenten, der tipper ved ikke-differentiabelt punkt
 - Vekselvirkning
- Diskutér hvordan værktøjet (Nspire) har understøttet eller vanskeliggjort læring af Differentiabilitet?



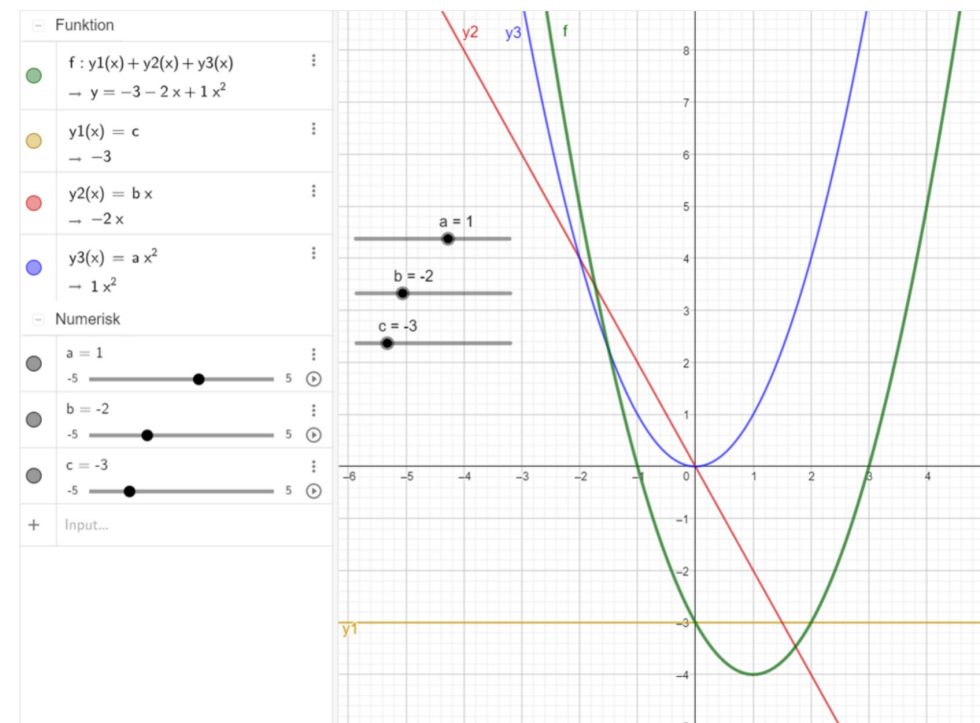
Introduktion til NCUM tema

– In- & Out-sourcing, skyderfælden og orkestrering

Skyderfælden er et eksempel på black boxing, der illustrerer kernen i de udfordringer, identificeret i efteruddannelsestilbuddet om computerbaseret matematikundervisning hos CMU. Sammenfattende udpeges de tre største udfordringer ved computerbaseret matematikundervisning til at være:

- ❑ et design-dilemma mellem forestillede læringsstrategier og elevernes faktiske aktiviteter;
- ❑ vigtigheden af lærernes strategiske valg angående 'out-sourcing' af opgaver til matematikprogrammer
- ❑ betydningen af 'instrumentel genese'.

(Bang, Grønbæk & Larsen, 2019)



Introduktion til NCUM tema

– In- & Out-sourcing, skyderfældnen og orkestrering

"Out-sourcing af en matematisk aktivitet betyder at allokere den til en ressource til gengæld for at afgive kontrol over processen."
(Bang, Grønbæk & Larsen, 2017)

Udfordringerne i relation til brug af matematikværktøjernes apps, der inkluderer *skydere, knapper, måleværktøjer* m.m. kan opsummeres således:

- ❑ Appsene afspejler matematik, der primært er baseret på ikke-digitale forståelser og standarder.
- ❑ De anvendte instrumenterede teknikker har en lav epistemisk værdi. Den instrumentelle genese kræver begrænset viden og metoder, hvilket giver anledning til overfladelæring. De konceptuelle elementer af de instrumenterede handleskemaer er utilstrækkelige med hensyn til intenderet kognition.

- ❑ Matematisk [stofdidaktisk] analyse (om nogen) bag appsene er lavet uafhængigt af de anvendte teknikker.
- ❑ Der mangler strategisk planlægning af outsourcing til CAS.
- ❑ Undersøgelselementerne er ikke ægte undersøgende. Resultaterne af tilladte manipulationer er prædefinerede. (Bang, Grønbæk & Larsen, 2019)

Udfordringer kan ses som designprincipper



Design mhp. dialektik mellem pragmatisk og epistemisk

Tre venner er ved at afslutte 9. klasse og de diskuterer deres planer for fremtiden. Én vil bare gerne ud og finde et job efter folkeskolen. En anden vil være sygeplejerske og den sidste vil gerne være gymnasielærer. De diskuterer hvor mange år der går før deres valg samlet set vil give dem hver især den største samlede indkomst?

Altså hvornår overstiger sygeplejerskens samlede indkomst de andre? Og hvornår har gymnasielæreren tjent mest?

Nedenfor ses et træk fra databanken over gennemsnitlig indkomst i DK som funktion af års endt uddannelse

Års udd.	9	12	14	16	18	21
Indkomst	210.000kr	310.000kr	365.000kr	370.000kr	490.000kr	520.000kr



Design mhp. dialektik mellem pragmatisk og epistemisk

Hvad siger chatGPT til sådan en opgave...?

Design mhp. dialektik mellem pragmatisk og epistemisk

Tre venner er ved at afslutte 9. klasse og de diskuterer deres planer for fremtiden. Én vil bare gerne ud og finde et job efter folkeskolen. En anden vil være sygeplejerske og den sidste vil gerne være gymnasielærer. De diskuterer hvor mange år der går før deres valg samlet set vil give dem hver især den største samlede indkomst?

Altså hvornår overstiger sygeplejerskens samlede indkomst de andre? Og hvornår har gymnasielæreren tjent mest?

Nedenfor ses et træk fra databanken over gennemsnitlig indkomst i DK som funktion af års endt uddannelse

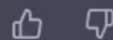
Års udd.	9	12	14	16	18	21
Indkomst	210.000kr	310.000kr	365.000kr	370.000kr	490.000kr	520.000kr



For at besvare dette spørgsmål, skal vi antage nogle værdier for deres fremtidige indkomst, såsom årlig lønstigning og antal år i arbejde. Lad os antage, at den første ven tjener en årlig lønstigning på 3%, den anden ven tjener en årlig lønstigning på 5% og den tredje ven tjener en årlig lønstigning på 4%. Lad os også antage, at alle tre arbejder i 40 år.

Når vi regner dette ud, finder vi, at efter 40 år vil den første ven tjene ca. 718.841 kr, den anden ven tjene ca. 1.554.471 kr og den tredje ven tjene ca. 1.104.652 kr.

Så efter 40 år vil den højeste samlede indkomst være for den anden ven, der vil være sygeplejerske.



Design mhp. dialektik mellem pragmatisk og epistemisk

Q_0

Three friends completing lower secondary school in Denmark discuss their plans for further education. One is planning to get a job without pursuing further education. The two others plan to become a nurse (bachelor degree) and upper secondary teacher (master degree) respectively. They discuss when each of the different strategies have given the largest total income? Below you find a table of average income in Danish kroner (DKR), as result of years of completed education.

D_1

Years of education	9	12	14	16	18	21
Average Income/year	210.00 DKR	310.000 DKR	365.000 DKR	370.000 DKR	490.000 DKR	520.000 DKR

Table 1: The table of average income corresponding to years of education

Besvarelse 2

År	Arbejder	Sygeplejerske	Gymnasialærer
9	0	0	0
9.5	105000	0	0
10	210000	0	0
10.5	315000	0	0
11	420000	0	0
11.5	525000	0	0
12	630000	0	0
12.5	735000	0	0
13	840000	155000	0
13.5	945000	310000	0
14	1050000	465000	0
14.5	1155000	620000	182500
15	1260000	775000	365000
15.5	1365000	930000	547500
16	1470000	1085000	730000
16.5	1575000	1240000	912500
17	1680000	1395000	1095000
17.5	1785000	1550000	1277500
18	1890000	1705000	1460000
18.5	1995000	1860000	1642500
19.5	2100000	2015000	1825000
20.5	2205000	2170000	2007500
21.5	2310000	2325000	2190000
22.5	2415000	2480000	2372500
23.5	2520000	2635000	2555000
24.5	2625000	2790000	2737500
25.5	2730000	2945000	2920000
26.5	2835000	3100000	3102500

Miljø
 Q_1 : Hvornår overstiger indkomsterne, hvis vi alene bruger tabeldata
 A_1^\diamond : Addition
 A_2^\diamond : Regneark
 $\rightarrow D_2$

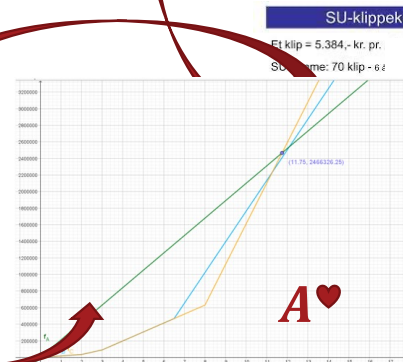
Miljø

Q_2 : Hvordan kan yderligere indkomst medregnes i modellen?

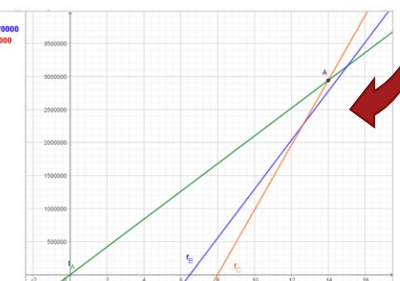
W_1 : SU regler, W_2 : mindstelønssatser, ...

A_3^\diamond : $y = ax + b$, A_4^\diamond : $y_1 - ax_1 = b$, ...

$\rightarrow D_2 \rightarrow$ **Teoretisk modellering**



Empirisk modellering



Design mhp. dialektik mellem pragmatisk og epistemisk

Dialektikker

Studie (tilegnelse af ny viden – begreber, metoder)
& Forskning (anvende og kombinere viden på nye måder)

Medie & Miljø

Nogle gange er regnearket miljøet, andre gange er mediet der leverer viden, som skal studeres

Spørgsmål & Svar

Indledende spørgsmål → hypoteser → nye spørgsmål → delvise svar → hypoteser → spørgsmål → ...

Teoretisk & Empirisk modellering

Data → empirisk modellering → nye spørgsmål → delvise svar → søge data → teoretisk model → ...

Roler antaget af digitale ressourcer I SFF om modellering er dels leverandør af data, og nye svar eller nye 'arbejder', der skal studeres... Og som representant for 'the *perceived reality*' som modellerne valideres i forhold til.

Casen Eksemplificerer

- Meningsfuld interaktion mellem mennesker og medier som er efterlyst i forskningslitteraturen (Schukajlow et al., 2018)
 - 'high quality modelling' (Carreira et al. 2019)
 - pragmatisk & epistemisk brug af teknologi (Geiger, 2017)
- **Betydning for 'task design' ift modellering?**

Characterising the roles of digital resources in mathematical modelling

Britta Eyrich Jessen

Department of Science Education, University of Copenhagen, Denmark; britta.jessen@ind.ku.dk

Over the last decades digital resources of various kinds have entered mathematics education including mathematical modelling. In this paper we present the a priori analysis of a modelling activity based on Study and Research Path using the notions of media-milieu dialectic and Herbartian schema from the Anthropological Theory of the Didactic. We use these notions to differ between resources: digital tools, textbooks, data and to differ between the pragmatic and epistemic value of the resources. Finally, we discuss how task design can benefit from addressing the potential roles resources can play in modelling processes.

Keywords: Mathematical modelling, media-milieu dialectics, Herbartian schema, digital tools, study and research paths.

Hvordan designer vi os til produktiv brug af digital værktøjer?

Sammen med din gruppe (re)design en aktivitet til jeres undervisning, hvor I kan argumentere for at eleverne får mulighed for at udvikle sammenhængende begrebsapparater. Brug begreber som: teknikker, artefakt, instrument, orkestrering, black/grey/white boxing.



Hvordan designer vi os til produktiv brug af digital værktøjer?

Del jeres foreløbige design idéer i samme padlet som tidligere:



https://ucph.padlet.org/brittaeyrichjessen/matdiddag2023_ws





TAK FOR I DAG!

Referencer

- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *Int J Comput Math Learn* 7(3), pp. 245–274.
- Bang, H. P., Grønbaek, N., & Larsen, C. R. (2017). *Out- and in-sourcing, an analysis model for the use of instrumented techniques*. CERME 10, Dublin, Ireland. s. 2345. - hal.archives-ouvertes.fr/hal-01942147/document
- Bang, H. P., Grønbaek, N., & Larsen, C. R. (2019). Teachers' choices of digital approaches to upper secondary calculus. I J. Monaghan, E. Nardi, & T. Dreyfus (eds.), *Calculus in upper secondary and beginning university mathematics - Conference proceedings* (pp. 67-70). MatRIC. <https://matric-calculus.sciencesconf.org/>
- Buchberger, B. (1990). Should Students Learn Integration Rules? *SIGSAM bulletin*, 24(1), 10-17. doi.org/10.1145/382276.1095228
- Dreyfus, T. (1994). The role of cognitive tools in mathematics education. I Biehler, R., Scholz, R. W., Strässer, R., & Winkelmann, B. (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 201-211). Dordrecht: Kluwer.
- Drijvers, P., Godino, J. D., Font, V., & Trouche, L. (2013). One episode, two lenses. *Educational Studies in Mathematics*, 82 <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9416-8>

Referencer

Edwards, M. T. (2003). Novice algebra students may be ready for CAS – but are CAS tools ready for novice algebra students? *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 10(4), 265–278.

Jankvist, U. T., Misfeldt, M., & Marcussen, A. (2016). The didactical contract surrounding CAS when changing teachers in the classroom. *REDIMAT Journal of Research in Mathematics Education*, 5(3), 263–286.

Jessen, B. E. (2018). Hvordan kan matematiklærere udvikle deres undervisningspraksis? *LMFK-bladet*, 2, s. 15-21. http://www.lmfk.dk/index.phtml?sek_id=48

Jessen, B. E., Borby, J., & Kromann, J. (2021). *Definitioner og regneregler for vektorer*. NCUM - Nationalt Center for Udvikling af Matematikundervisning.

<https://matematikdidaktik.dk/temaer/undersoegelsesbaseret-matematikundervisning-i-gymnasiet/definitioner-og-regneregler-for-vektorer/>

Jessen, B. E. (2022). Characterising the roles of digital resources in mathematical modelling. I J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi, & F. Ferretti (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of European Research Society in Mathematics Education*, pp. 1083-1090. Free University of Bozen-Bolzano.

http://erme.site/wp-content/uploads/2023/02/Proceedings_CERME12.pdf

Jessen, B.E., Kjeldsen, T.H. (2023). Mathematical Modelling and Digital Tools—And How a Merger Can Support Students' Learning. In: Jankvist, U.T., Geraniou, E. (Eds) *Mathematical Competencies in the Digital Era. Mathematics Education in the Digital Era, vol 20*. Springer, Cham.

https://doi.org/10.1007/978-3-031-10141-0_6

Referencer

- Misfeldt, M., Jankvist, U. T., & Iversen, S. M. (2018). Mixed notation and mathematical writing in Danish upper secondary school. I Norén, E., Palmér, H, & Cooke, A. (Eds.), *Nordic Research in Mathematics Education - Papers of NORMA17 - The Eighth Nordic Conference on Mathematics Education*. NCM.
- Pedersen, M. K. & Jessen, B. E. (submitted). CondiDons and Constraints for developing mathemaDcal thinking competency in digital contexts'. To Recherches en DidacDque des MathémaDgues.
- Rabardel P. (2002). People and technology: a cognitive approach to contemporary instruments (trans: Wood H). Paris 8 University. Retrieved at <https://hal.archivesouvertes.fr/hal-01020705>
- Trouche, L. (2020). Instrumentation in mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 404-412.
- Vergnaud, G. (2009). The Theory of Conceptual Fields. *Human Development*, 52(2), 83-94. <https://doi.org/10.1159/000202727>