

En opgave er ikke bare en opgave

Åbne og lukkede opgaver i relation til matematikkens og den praktiske verden.

1

Bent Lindhardt og Lauge Grønerud

18-09-2024

Hvad kan tal fortælle?



Fem tal, som kan beskrive centrale sider af mig.
Gæt engang ...

- 43
- 3
- 20
- 1972
- 48

2

Bent Lindhardt og Lauge Grønerud

18-09-2024

En grubler

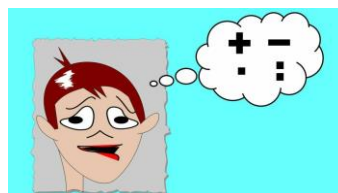


3

Bent Lindhardt og Lauge Grønerud

18-09-2024

Hovedregning ...



Hver makker får sine "finurlige" hovedregningsopgaver med facit

Makker A læser op og forholder sig til rigtigheden. Spørg ind til hvorfor det er rigtigt.

Herefter spørger makker B osv.

18-09-2024

Bent Lindhardt og Lauge Grønerud

4

Virkelighed ↔ Matematisk

Tager opgaven afsæt i virkelige scenarier eller i symbolernes/ figurernes verden?

- Hvor mange $\frac{1}{2}$ liter Cola går der på en $1\frac{1}{2}$ liter Cola?
- Hvor stort er arealet af parkeringspladsen?
- Byg en kasse, som er 32 cm^2

- 12% af 200 og $7 \cdot 115$
- Konstruer en retvinklet ligebeint trekant med en hypotenus på 5
- Beskriv funktionen $y = 3x + 4$

Der kan være grader af realisme i de virkelighedsnære opgaver

5

Bent Lindhardt og Lauge Granerud

18-09-2024

Praktisk ↔ Teoretisk

Er opgaven **teoretisk** foregår løsningen i tankerne med afsæt i hukommelsen og ræsonnementer. Skitser og skriblerier på papir tænkes som hukommelsens og tankens forlængede arm. Opgaveløsningen "itlesættes" og deduceres til en løsning.

Det **praktiske** kræver en handling – man gør det... ofte i virkeligheden, værkstedet, laboratoriet, gennem måling og observation, gennem eksperimenter.



6

Bent Lindhardt og Lauge Granerud

Åben ↔ Lukket

Der er grader af åbenhed

Spørgsmål	Vejen	Svar
Spørgsmål ukendt		
Spørgsmål kendt	Vejen åben	Svar åbent
Spørgsmål kendt	Vejen åben	Svar lukket
Spørgsmål kendt	Vejen lukket	Svar lukket

Find på 3 matematikspørgsmål ud fra de tre enballager du får.

Hvis svaret er 10 hvad er så spørgsmålet?

Hvor mange håndtryk skal man give hvis alle i en gruppe skal have hilst på hinanden?

Hvor meget tandpasta blev der brugt i morges i Danmark?

$$\text{---} + \text{---} - \text{---} = 10$$

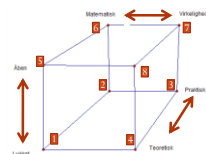
- Henrik har 5 kr. Henrik har 3 kr. mere end Lisa. Hvor mange penge har Lisa?

7

Bent Lindhardt og Lauge Granerud

18-09-2024

Opgave-genre – opgavernes rum



Påstande:

Alle opgaver i matematik kan placeres et eller andet sted i denne terning.

Det øger forståelsen at opleve de matematiske begreber i mange repræsentationer fx forskellige opgavegenre

8

Bent Lindhardt og Lauge Granerud

18-09-2024

De matematiske og teoretiske opgaver

Lukkede (træning)

Fx træningsopgaver med regnestykker og ligninger

1. $3(x + 4) = 20 + 8x$

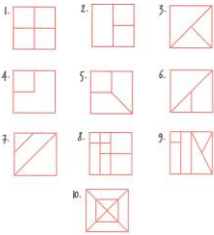
Sekvensopgaver
og spil

Åbne

Fx "grublere" som kræver en undersøgelse – der er ikke lige en metode at anvende.

Det primære mål er at sætte eleven til at "tænke"

Sekvensopgave



I skal finde ud af, hvor stor en brøkdelt hver del er.

Beregn prisen for hver del hvis kagen koster 100 kr.

FORMEL-YATSY

Navn:			
$x + y$			
$x + 2y$			
$y^2 - x$			
$x \cdot y$			
$2x + y$			
$y^2 + x^2$			
$y + y^2 + x$			
$x \cdot (x - y)$			
$y^3 + x^3$			
$y \cdot (y + x)$			
$x - y$			
$y^3 - x^3$			
Sum			

Grubler – til tanken



Dette er tre papskiver med en forside og en bagside.
Der er tal både på FORSIDEN og BAGSIDEN
Forestil dig, at man vender papskiverne på alle mulige måder så man nogle gange ser bagsiden og andre gange ser forsiden.
Summen af de tre tal der kan ses giver en af følgende sum.

16 17 18 19 20 21 22 23

NB !!! Tallene er alle forskellige og naturlige tal
Hvilke tal kan der stå på bagsiden af de tre papskiver?

De matematiske og praktiske opgaver

• Lukkede

Fx konstruere noget "entydigt" i den euklidiske geometri
"Konstruer en retvinklet trekant hvor den ene katete er 8 cm og trekanten har et areal på 32 kvadratcentimeter"

Konkrete materialer som illustrerer matematikken fx ved ligninger

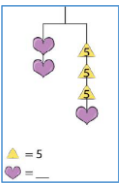
• Åbne

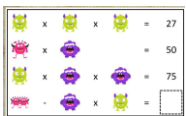
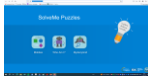
En matematisk problemstilling med konkrete materialer fx en konstruktion med flere løsninger.

En grubler med **konkrete materialer** eller
En matematisk pointe som skal opdages ved brug af konkrete.

Løse matematiske opgaver med konkrete materialer





Hvilken rækkefølge har talkortene?



Hvad er pi?



Gå på opdagelse efter pi

MATERIALER: Målebånd, lineal, lommemåner, forskellige cirkelformer

- a. Udvalgt 1 genstand, som indeholder en cirkelform. Vælg både små og store cirkelformer.
- b. Mål diameteren. Brug evt. en skøjlestre, lineal el. lign.
- c. Mål omkredsen med målebånd.
- d. Udregn omkreds ÷ diameter
- e. Skriv resultaterne ind i skemaet.

Genstand	Omkreds	Diameter	Omkreds ÷ diameter

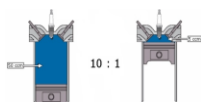
Virkelighedsnære og teoretiske opgaver

Lukkede

Fx klassiske tekstopgaver

Opgave 1

På denne motorcylinder kendes cylinderdiameteren til at være 56 mm. Hvad er slaglængden?



18-09-2024

Bent Lindhardt og Lasse Grønvald

17

Åbne

Modelleringsproces

Problemstilling i hverdagen, som skal afgrænses og omsættes til en matematisk beskrivelse, analyse og tolkning.

Der indgår

- en åbenhed i, hvilke variable og størrelser, der er relevante.
- en åbenhed i mulige resultater, som afhænger af de præmisser, eleverne har opstillet.

Tekstopgave - Kørepenge

- En lærling har aftalt ekstra kørepenge med mester: 2,78 kr. pr. km for hver kilometer over 10 km fra hjem, til sin arbejdsplads. Og 4,39 kr. for hver kilometer der er kørt over 35 km.



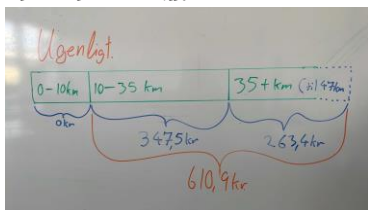
18

Bent Lindhardt og Lasse Grønvald

18-09-2024

Kørepenge – at tegne sig til løsning

- Den næste uge skal lærlingen køre 47 km til byggepladsen.



19

Bent Lindhardt og Lasse Grønvald

18-09-2024

Når man selv laver "tekstopgaven"



18-09-2024

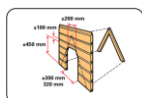
Bent Lindhardt og Lasse Grønvald

20

Virkelighedsnære og praktiske opgaver – produkter

Lukkede

- Her er der en manual/opskrift på hvad der skal gøres med anvendelse af matematik.



18-09-2024

Bent Lindhardt og Lauge Grønerud

25

Åbne

- Opfindelse/design af noget ud fra særlige rammebetingelser...
- Opdagelse af sammenhænge ud fra praksis

Højdemål og udlægspind

Materialer:

Blyant, vinkel, murersnor og passer, murstenstyper (løber, 3/4, kop og petring)

Højdemålet, også kaldet "3 på 20", er for at sikre at de mange lag af sten får samme højde og mellemrum (fuge) i hele højden af murværket.

"3 på 20" betyder, at der skal være tre standardmursten for hver 20 cm.

- Optegn højdemål på den ene side op til 1,6 m.

18-09-2024

Bent Lindhardt og Lauge Grønerud

26



Udlægsmålet sikrer, at mange rækker af sten ikke forskydes sig, så muren enten bliver for kort eller for lang. Men også for at sikre, at der er styr på brugen af løber, 3/4, kop og petring.

Udlægget kan man kalde "5 på 120". Altså at 5 løbere inkl. 5 fuger måler 120 cm.

På udlægsmålet skal der også optegnes 1/4, kop og petring med fuger, sådan at ligegyldigt hvor på pinden man er, kan man finde en 3/4, kop eller petring med fuger.

- Optegn udlægsmål på den anden side af hele målpinden.

Design – "opfinde"



I disse opgaver er der en åbenhed omkring hvad produktet skal være for at opfylde rammebetingelser.

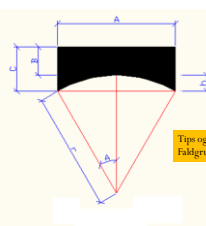
Design en æske, hvor der kan være ca. 2 liter popkorn.

27

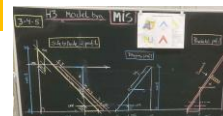
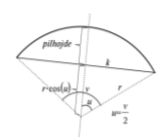
Bent Lindhardt og Lauge Grønerud

18-09-2024

Hvad gør man ved sådan en problemstilling?



Tips og tricks:
Faklgruber.



28

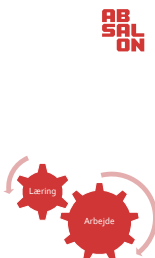
Bent Lindhardt og Lauge Grønerud

18-09-2024

Arbejdskultur contra læringskultur

Der er en grundlæggende diskussion om samspillet mellem en læringskultur og en arbejdskultur som kan konflikte i matematikundervisningen men også supplere hinanden.

Arbejdskultur	Læringskultur
Viden og færdigheder skal anvendes	Viden og færdigheder skal forstås
Det udførte (Produktet) er det vigtige	Det indlærte skal bruges i mange sammenhænge
Arbejdet skal gøres færdigt inden for en afmålt tid	Øget fordybelse, sidespor og eftertanke
Arbejdet skal gøres ordentligt	Man lærer noget af at fejle
Imitation	Egentænkning og refleksion
Hensigtsmæssige arbejdsmetoder	Selvtænkte arbejdsmetoder



29

Hvornår, hvor og hvordan stilles opgaven

Hvornår

I begyndelsen inden for 5 – 7 minutter.

Længden af lærerens indledende taletid er omvendt proportionalt med elevernes tænkende aktivitetsniveau

Hvor

Når eleverne står op (omkring læreren) er de hurtigere til at komme i gang. Elevholdning viser også en holdning til at der var formodet mere aktivitet. 50% af gymnasieeleverne ser på deres mobiltelefon under oplægget siddende til forskel for 10% ved stående

Hvordan

Når læreren lever opgaven mundtlig og anvender skærm/ tavle som notat. Det er bl.a. fortællingen, diskussionen, dialogen, en potentiel model for arbejdet. Anvend sceniske virkemidler – og gerne artefakter

Bent Lindhardt og Lauge Grønerud

Om lærers besvarelse af spørgsmål

At svare på spørgsmål er en tidsmæssig stor del af en lærers kommunikation med eleverne – PL udsagn om ca. 200 – 400 spørgsmål om dagen

Elevspørgsmål

1. **Tæt på spørgsmål** – når læreren er lige i nærheden – eleverne og bekræftelse – det er jo den måde man taler med en lærer på.
2. **Stop med at tænke spørgsmål** – "er det nok nu" – "skal vi lave det" osv
3. **Bliv med at tænke spørgsmål** – "kan man også løse opgaven hvis ..." kan det passe at "

- 90% af de spørgsmål som besvares er type 1 og 2 – de skal så vidt muligt undgås og ignoreres.

Bent Lindhardt og Lauge Grønerud

Besvar et spørgsmål med et spørgsmål

- Kan du ellers finde noget?
- Kan du vise mig hvordan du gjorde?
- Gælder det altid?
- Hvorfor tror du det er sådan?
- Er du sikker?
- Giver det mening?
-
- Effektivt hvis læreren derefter ikke er ved eleverne. Irritation men de vender sig til at tænke selv

Bent Lindhardt og Lauge Grønerud

Hvad er læringsfremmende?

1. At øge ens viden og færdigheder uden fokus på forståelse kan øges ved gentagelse og overindlæring. "At huske det i søvne"
2. At forstå noget kræver en personlig "aha" oplevelse som er et mødested mellem elevens erfaringsverden og forestillinger og så det der skal læres
3. Misopfattelser kræver, at eleven oplever en kognitiv konflikt mellem det han **tror er rigtigt** og det **der er rigtigt**. Øvelse alene gør det ikke idet "fejlene" gentages og cementeres.