



Pernille Pind

MMM
Matematiker
Mormor
Missionær

Matematik med konkrete materialer - eller matematik med kroppen.

Forlaget Pind & Bjerre

1



Gæt og mål

Brug fysiske materialer fra omgivelserne.


Gæt på mål fx vægt, længde, rumfang, areal..

Mål efter!

| Ting | Gæt | Mål |
|---------|-----|-----|
| Mursten | | |
| Æble | | |
| 20 kr | | |
| svamp | | |

Forlaget Pind & Bjerre

2



Matematik på erhvervsskoler

Hvad skal man med matematik på erhvervsskolerne?

"De skal gerne lære at forstå det, sådan mere generelt, det kan vi ikke lære dem, og de har de brug for."

fra Tradium Randers værksted

Forlaget Pind & Bjerre

3



Hvad giver det konkrete?

Det giver mulighed for **deltagelse**

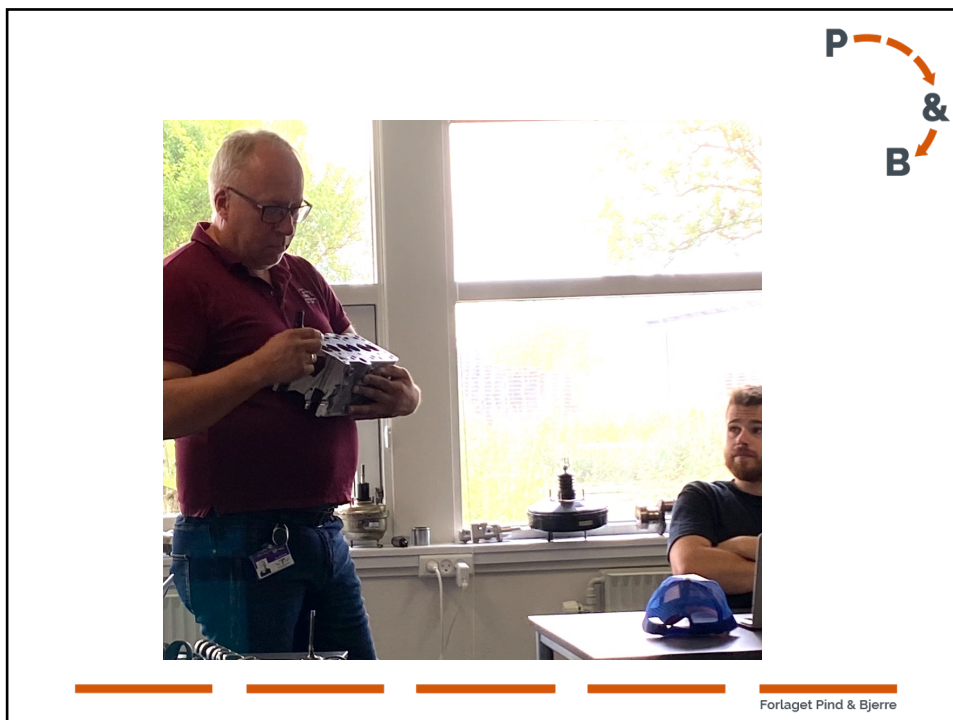
Det giver mulighed for at **handle**.

Det er **visuelt** – det giver billeder.

Det giver "gratis" **kropslig hukommelse**.

Forlaget Pind & Bjerre

4



5

Det er fint!

I matematik er der mange udtalte forventninger til, hvad der er "fint".


Den Didaktiske kontrakt, siger, at det fineste er at have det i hovedet!

Tegninger, krop og konkrete materialer er ikke fint, det er barnligt!

**DET MÅ VI LAVE OM PÅ!
DET ER FINT OG VOKSENT 😊**

6

Matematik er generelt



EUD/EUX er fyldt med konkrete materialer, der giver muligheder for matematik. Det er skønt!

MEN, matematik skal give mere end at kunne anvende et konkret værktøj til at løse en konkret opgave.

Matematik skal give generelle kompetencer, til at kunne løse forskellige opgaver.

Derfor skal matematik OGSÅ have mere generelle konkrete materialer.

Forlaget Pind & Bjerre


7



Forlaget Pind & Bjerre


8

Højde af en trekant



Hvad er den mindste højde af en bro, som jeres trekant kan køre under?

Hvad nu hvis den kun kunne køre på dens korteste side?



Forlaget Pind & Bjerre

9

Krop og kronkreter




Lidt forskning



Forlaget Pind & Bjerre

10




Tre eksperimenter

- *Marie-Pascale Noël*: Den tomme tallinje. og kropslig erkendelse.
- *Susan Goldin-Meadow, Susan Wagner Cook and Zachary A. Mitchell*: Matematisk kropssprog
- *Elida V. Laski, Anna Ermakova, Marina Vasilyeva & Karina Halloran*: Ingen, et eller flere konkrete materialer.

Forlaget Pind & Bjerre

11



Kropslig læring

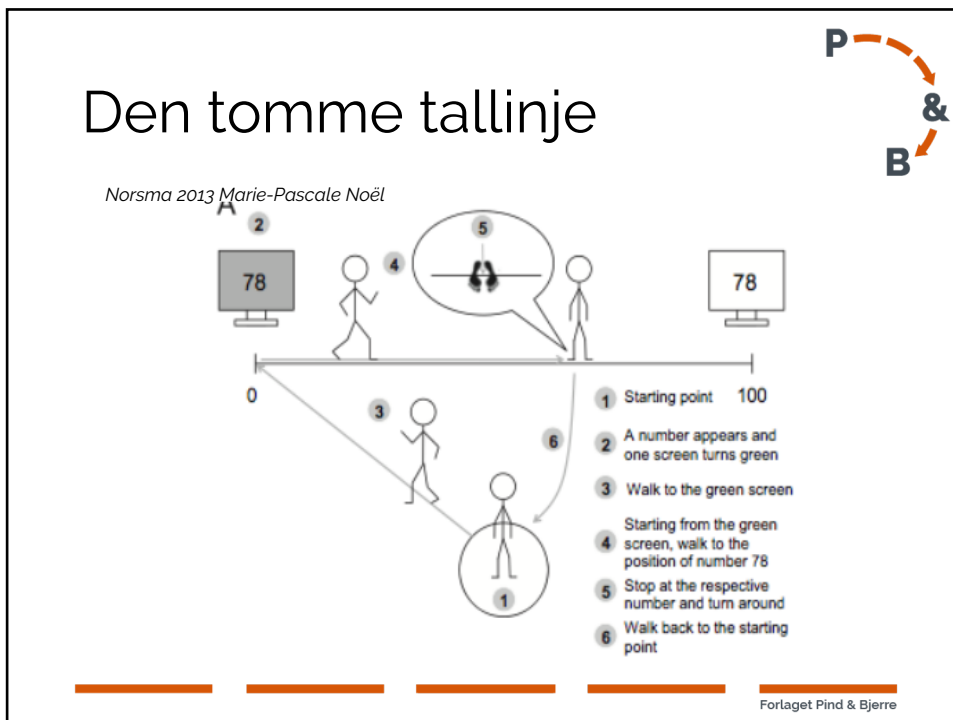
Marie-Pascale Noël ville se på kropslig læring.

Ikke ilt til hjernen eller leg som motivation.

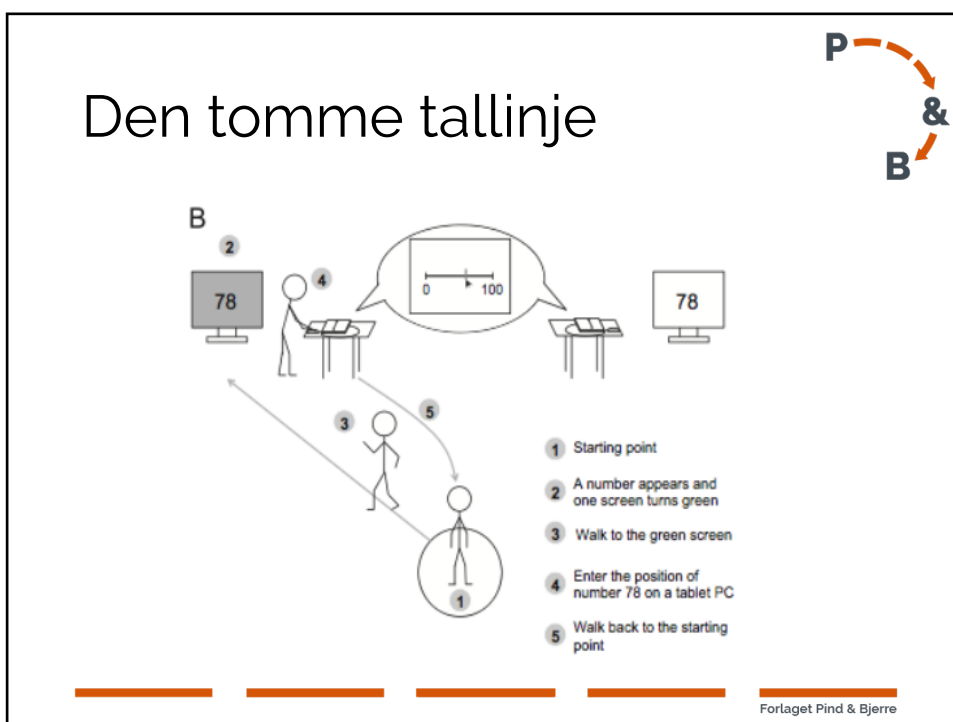
Det "siede" hun fra i sit forskningsdesign.

Forlaget Pind & Bjerre

12



13



14

Den tomme tallinje



Resultater:

Samme og signifikante stigninger for begge grupper i:

- Mængde sammenligninger
- 10-talssystemforståelse


Større stigning hos den fysiske tallinje-gruppe i:

- Placering af tal på tallinje
- Sammenligning af tal

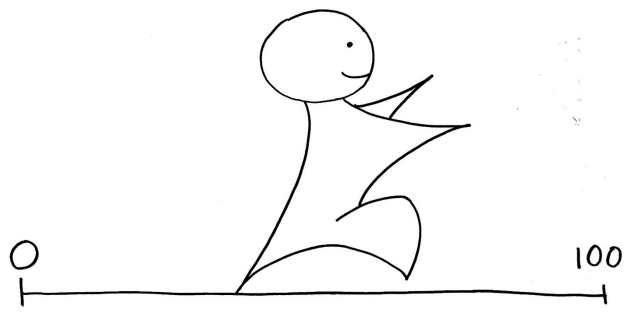
Forlaget Pind & Bjerre

15

Embodied kognition




Den tomme tallinje virker - og bedst med hele kroppen!



Forlaget Pind & Bjerre

16




Den tomme tallinje

Den vigtigste aktivitet, når det drejer sig om talforståelse!

Og den konkrete repræsentation er den bedste 😊

Den relative afstand mellem tallene er i fokus.



Forlaget Pind & Bjerre

17



Den tomme tallinje

Tag en lang elastiksnor, sæt to talkort på. De definerer nu fuldstændigt tallinjen: retning og enhed er givet.

Giv nu eleverne talkort, som de skal placere. Man kan give flere ad gangen, enkeltvis eller små grupper ...

Brug mundtlighed, både at sige tallene højt og snakke strategier.



Forlaget Pind & Bjerre

18

Procentelastik

Især når det handler om procentregning har man brug for den elastiske opfattelse af tallinjen.



Forlaget Pind & Bjerre

19

Kropssprog

Susan Goldin-Meadow, Susan Wagner Cook and Zachary A. Mitchell ville undersøge effekter af gestikulation.



Forlaget Pind & Bjerre

20

Korrekt gestik

$3 + 4 + 8 = _ + 8$



Det skal give det samme på begge sider af lighedstegnet.



Forlaget Pind & Bjerre

21

Forkert gestik

$3 + 4 + 8 = _ + 8$



Det skal give det samme på begge sider af lighedstegnet.




Forlaget Pind & Bjerre

22

Ingen gestik

$3 + 4 + 8 = _ + 8$

Det skal give det samme på begge sider af lighedstegnet



Forlaget Pind & Bjerre

23

Resultat?

Korrekt gestik


Forkert gestik

1.

2.

3.

Ingen gestik



Forlaget Pind & Bjerre

24




Kropssprog

Kropssproget kan man også tænke med.

Forlaget Pind & Bjerre

25



Ingen, et eller flere konkrete

Elida V. Laski, Anna Ermakova, Marina Vasilyeva & Karina Halloran ville undersøge om der var forskel på når eleverne brugte ingen, et eller flere konkrete materialer.

Forlaget Pind & Bjerre

26

Ingen, et eller flere konkrete

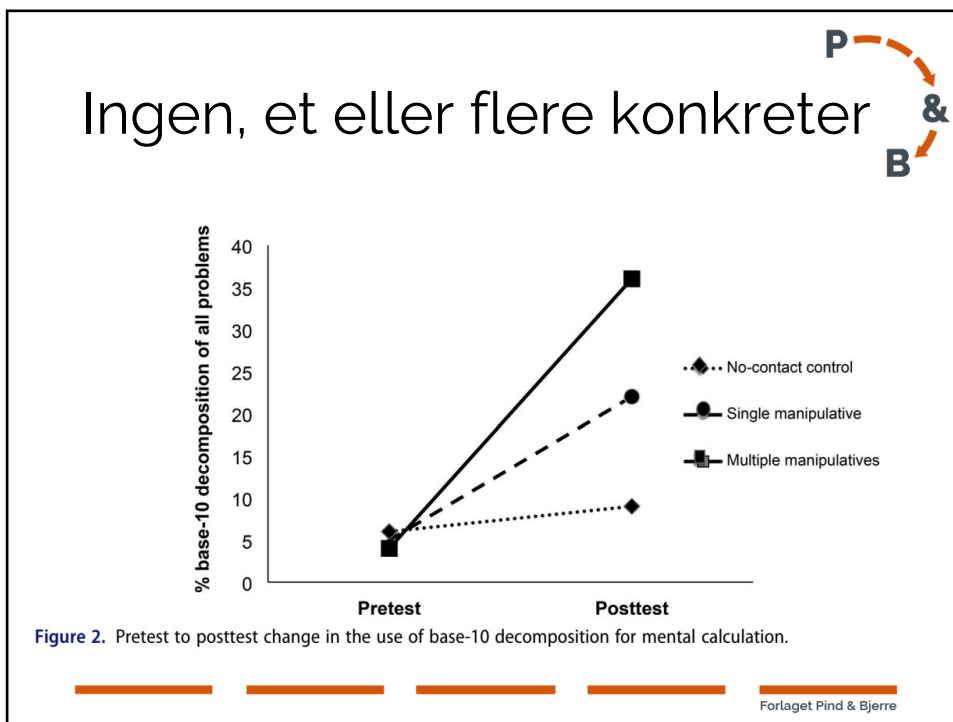
a) Frame

b) Tiles


Brug af 10'er venner i fx $17+5$, $47+6$

Forlaget Pind & Bjerre

27



28



Ingen, et eller flere konkrete

Resultater:
Et er bedre ingen, to er bedre end et.

"To materialer børnene" var mere generelle i deres beskrivelser end "et materiale børnene".

Forlaget Pind & Bjerre

29



Ingen, et eller flere konkrete

Flere materialer giver anledning til **sammenligning**, som giver anledning til **generalisering**, som leder hen mod abstrakt **begrebsdannelse**.

Forlaget Pind & Bjerre

30

Snit i prisme

Med modellervoks skal i lave et prisme med en ligesidet trekant som grundflade.

Prøv nu at lægge et snit i prismet, så snittet er en retvinklet trekant.



Forlaget Pind & Bjerre

31

Det konkrete er også i sproget

Man kan i det matematiske sprog finde både det fysiske og det aktive.


- Et snit
- En højde
- En kant
- Et hjørne
- Rest
- Toppunkt
- Spids
- Lægge sammen
- Trække fra
- Dele
- Halvere
- Flytte
- Tegne



Forlaget Pind & Bjerre

32

Hjælpemiddel/værktøj/konkret materiale



Hjælpemiddel: Fx briller.
Giver personer med funktionsnedsættelse mulighed for deltagelse.


Værktøj: Fx hammer.
Velegnet til bestemte opgaver.

Konkrete materialer: Fx 1000 centicubes = 1 liter. Konkretiserer det abstrakte.

Forlaget Pind & Bjerre

33

Konkret materiale



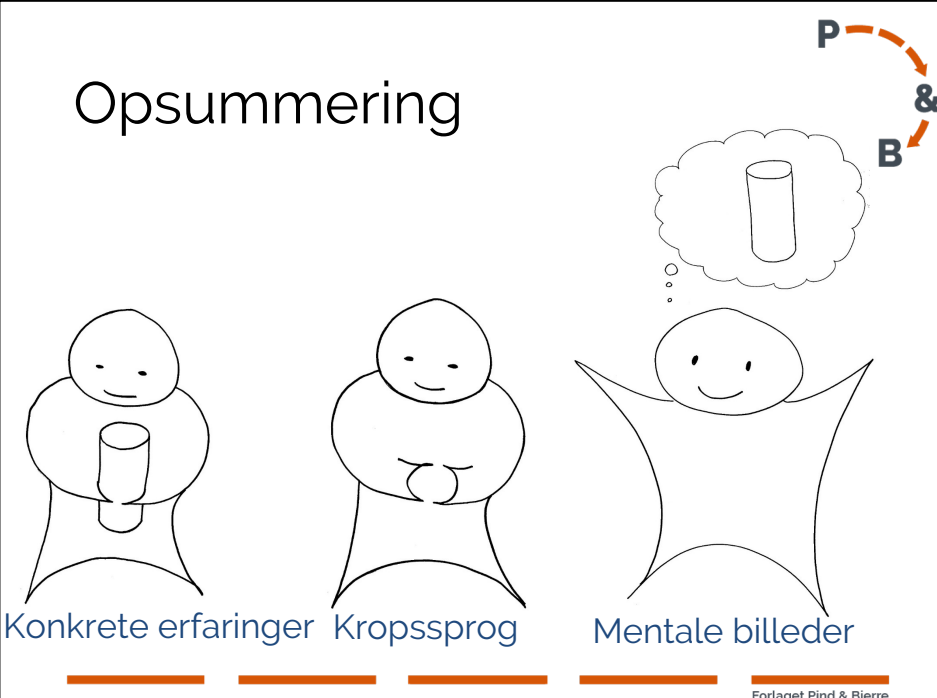
Konkrete materialer har til hensigt at konkretisere begreber og sammenhænge, som ellers er abstrakte.

Målet er at de konkrete repræsentationer på sigt erstattes af mentale repræsentationer.

Forlaget Pind & Bjerre

34

Opsummering



Konkrete erfaringer Kropssprog Mentale billeder

Forlaget Pind & Bjerre

35


Fold linjer i trekanter

Kan I folde jer frem til følgende linjer i jeres trekant?

- Højderne
- Midtnormalerne
- Vinkelhalveringslinjerne
- Medianerne

Forlaget Pind & Bjerre

36



Begrænsninger

Der er **ALTID** begrænsninger.


For eksempel begrænsninger i forhold til tal og vinkler.

Vær bevidst om dem. Undersøg dem sammen med eleverne og snak om dem!

Hvis det konkrete kunne det hele, var der ikke (så meget) brug for matematikken 😊

Forlaget Pind & Bjerre

37




Farer

Det konkrete kan blive en "ø" uden sammenhæng til det generelle.

Eleverne bliver gode til det konkrete, men ikke til det generelle!

Forlaget Pind & Bjerre

38



Ikke alt er lige godt


Brug af de konkrete materialer der kun har få forstyrrende elementer har forskningsmæssigt vist sig bedst.

Det er et minus for dagligdagsobjekter!

Dagligdagsobjekters plus-side er at de giver sammenhæng til verden udenfor skolen.

Forlaget Pind & Bjerre

39



Sammenhæng til det abstrakte

Det er uhyre vigtige at der skabes sammenhæng mellem det konkrete og det generelle!

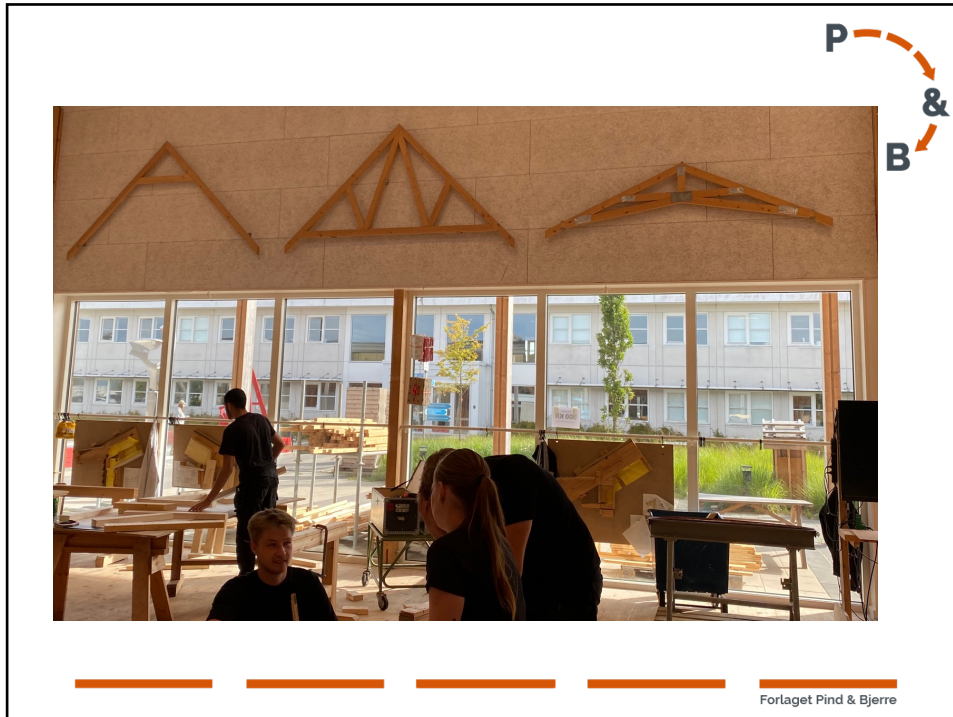
Gerome Bruner – og senere mange mange andre taler om CPA tilgangen.

Concrete-Pictoral-Abstract

Tegning som en bro mellem det konkrete og det abstrakte.

Forlaget Pind & Bjerre

40





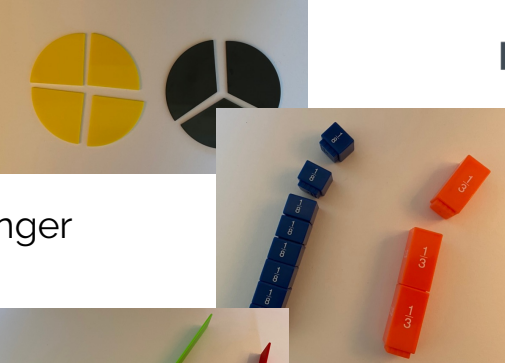
41



42

Brøker

- Cirkler
- Klodser i stænger
- Foldestrimler



Forlaget Pind & Bjerre


43

Brøker i puttepose

Alle brikkerne fra et sæt puttes i en puttepose. Én sætter hænderne i putteposen, og finder en brøkbrik i posen, finder ud af hvilken brøk det er, siger det højt, og må så tage den ud af posen.

Sammen afgør I om det er korrekt.

Man må gerne tage en funden brøkbrik med ind i posen igen, som måle-brøk.



Forlaget Pind & Bjerre

44

Cirkel

Cirklen som figur med konstant bredde.



Forlaget Pind & Bjerre

45

Cirkel

Cirkel som mængden af punkter med samme afstand til punktet, der er cirkelns centrum.

Forlaget Pind & Bjerre

46



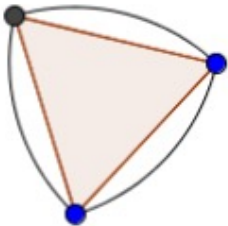
47



48

Konstant bredde

Reuleaux trekanten



49

Forlaget Pind & Bjerre

Passer af blyant i snor

Lav en passer af en blyant og et stykke snor.

Tegn Reuleaux-trekanten fra før.



50

Forlaget Pind & Bjerre

Konkreter som underholdning & B

Fluesmækkeren er konkret – men bliver ikke brugt som et konkret materiale.

Det konkretiserer ikke et matematisk begreb.

Det er konkreter som leg. Legen er motivation for læring.

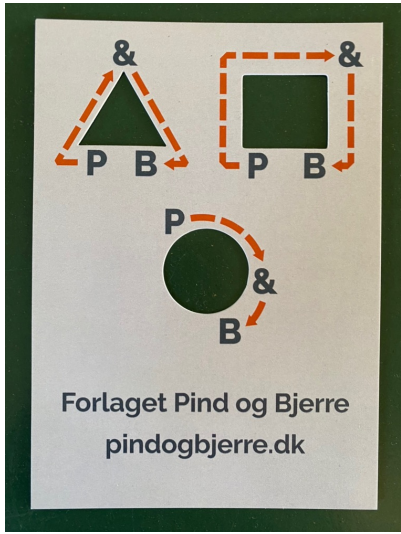


<http://www.laermedstil.dk/shop/1-matematik/396-fluesmaekkerleg--plus-og-minus/>

Forlaget Pind & Bjerre

51

Putling



Forlaget Pind og Bjerre
pindogbjerre.dk

Forlaget Pind & Bjerre

52

De indre billeder er målet



De abstrakte indre billeder er målet med matematikundervisningen,

Men vejen dertil går gennem mange forskellige erfaringer

Og for de fleste går det bedst, når der også er **konkrete fysiske erfaringer.**



Forlaget Pind & Bjerre