

<https://youtu.be/ggr3vU8MYms>



# Ultimo 2020

## Emneopgave matematik D niveau



JRI  
EUC Nord  
Ultimo 2020

## Geometri og funktioner samt finansiel regning

### Emneopgave 1

<https://youtu.be/FO3r2Snpqao>



#### Geometri

Du har lige fået en stilling som formand i byggevirksomheden Byg og hyg.

Under ansættelsessamtalen slog du meget på din viden fra din Eud uddannelse.

Chefen, Jens Rump skal til et møde med en kunde, så han har kaldt dig ind på sit kontor.

Kunden ønsker et tilbud på nye gulve til sit hus.

Han har en tegning (fig. 1) som han gerne vil have, at du vil kigge på.

Geometri har aldrig været hans stærke side, så han har brug for, at du beregner arealer over de forskellige rum, så gulvenes pris kan beregnes.

Målene som du kan se på tegningen er indvendig mur mål.

Eksempelvis er målene på stue 1 :  
4,07m. x 3,86 m.

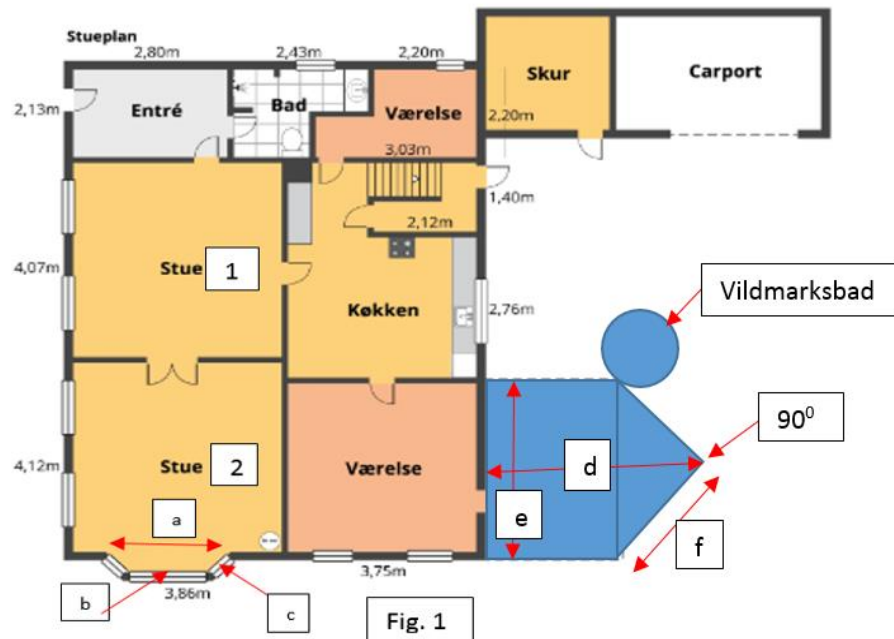
Han har også målt længderne a, b og c i stue 2, og du fortæller ham, at så kan du sagtens beregne gulvarealet i stue 2

- $a = 2,11m$
- $b = 1,35m$
- $c = 0,589m$

#### Opgave 1.

a)

1. Beregn arealet af Stue 1
2. Beregn arealet af Stue 2
3. Beregn arealet af køkken inkl. rum med trappe
4. Beregn arealet af entre
5. Beregn arealet af det lille værelse (værelset deles i midten, dvs afstanden i bredden er  $2 \times 1,065m$ )
6. Beregn arealet af det store værelse
7. Chefen vil gerne lære lidt mere om geometri, så han vil gerne, at du viser ham hvilke formler han skal bruge til sådanne beregninger.
8. Han vil også gerne, at du opstiller formlerne, hvor efter du sætter de rigtige tal ind fra tegningen.



<https://youtu.be/bWcjVF-ai08>



Gulvet, som kunden ønsker, er et 14 mm. "svømmende" gulv fra brochuren på billedet.

Gulvet skal ligge direkte på beton, hvor der kræves et gulvunderlag med fugt tæt membran.

Leverandøren af fyr gulvet kræver, at gulvet skal være uden buler eller hulninger, dvs. max 2 mm. afvigelse på 2 meter.

Det betyder, at beton gulvet skal spartles op med flydespartel inden trægulvet lægges.

Chefen har vurderet, at der gennemsnitlig skal være 6mm. flydespartel på alle gulvene.

I byggemarkedet kan firmaet købe flydespartel i sække som bliver til 30 liter, når det er blandet op.

Han beder dig om at lave nogle beregninger, som i skal bruge i jeres tilbud.

Fyr gulvene skal lægges i disse rum:

- Stue 1.... Stue 2.... Køkken inkl. Rum med trappe....Entre....Lille værelse....Store værelse....

**b)**

1. Beregn hvor mange liter flydespartel, i skal medregne i tilbuddet, til alle fyr gulvene.
2. Beregn hvor mange sække flydespartel i skal købe i alt.
3. Chefen vil gerne forstå, hvad der er du gør for at få resultatet i liter, så du må vise ham, ved hjælp af formler og omregninger af mål, hvordan du er kommet frem til resultatet.

Nu mangler du at beregne den samlede pris på materialerne som i skal bruge til gulvene, så du har fået oplyst følgende priser på materialerne:

- 14mm fyr gulv: 276,00 kr. pr m<sup>2</sup> ekskl. Moms
- Gulv underlag: 21,50 kr. pr m<sup>2</sup> ekskl. Moms
- Flydespartel: 264,00 kr. pr sæk ekskl. Moms
- Fodlister: 12,80 kr. pr løbende meter ekskl. moms

**c)**

1. Beregn den samlede pris for hele opgaven med gulvene ekskl. Moms
2. Beregn den samlede pris, inkl. 25 % moms, for gulvene, når du regner med et spild på 6 %





<https://youtu.be/LeG-qdK4IOU>



Efter at kunden fik prisen på gulvene, fandt de ud af, at de stadig har et rådighedsbeløb, så de vil gerne have en ny terrasse af læketræ samt et "vildmarksbad".

Kunden har selv strøerne, som terrassebrædderne skal ligge på, så du skal kun regne med brædderne til terrassen.

Oplysninger og mål til terrassen på fig. 1:

- $d = 446 \text{ cm}$
- $e = 372 \text{ cm}$
- $f = 263 \text{ cm}$

Den blå skitse på fig. 1 viser en plantegning af en terrasse og et "Vildmarksbad"  
Den yderste vinkelspids på terrassen er en ret vinkel.

Der skal lægges terrassebrædder i læketræ.  
Målene  $d$ ,  $e$  og  $f$  på tegningen er i cm.

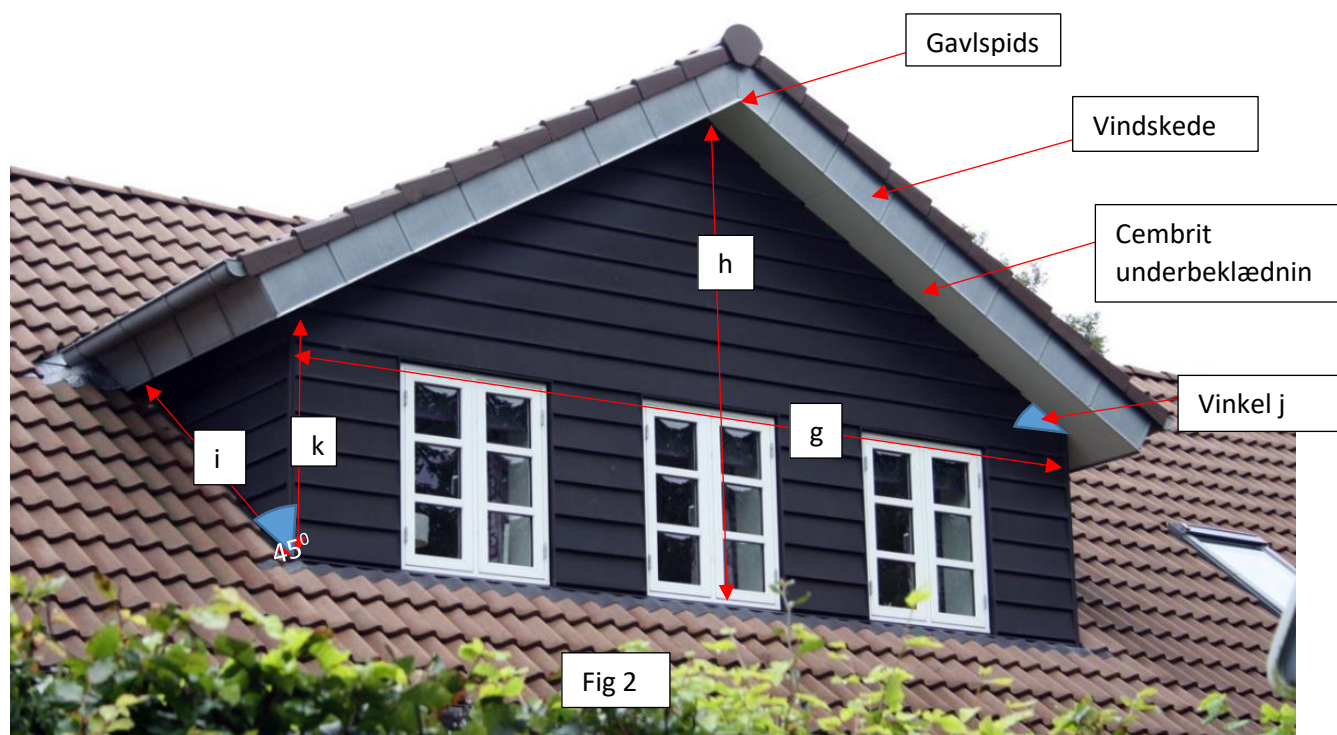
c)

1. Hvor mange  $\text{m}^2$  brædder skal der bruges til terrassen (4 decimaler)?
2. Hvor mange meter brædder skal der bestilles, når brædderne lægges pr. 120mm, og der regnes med 10 % spild (2 decimaler).
3. Hvor mange liter vand skal der fyldes i badet (1 decimal), når vandstanden skal være 95 cm fra bunden (indvendig diameter, både i bunden og i toppen, er 166 cm)? (Der ses bort fra, hvad bænke mm. fylder inden i karret)
4. Vis hvilke formler du bruger fra din formelsamling for at lave dine beregninger

<https://youtu.be/WZP1i0dn3Nk>



Der er meget travlt i firmaet, og chefen beder dig om at lave nogle beregninger til denne kvist (fig. 2).



Målene på kvisten:

- $g = 468 \text{ cm}$
- $h = 225 \text{ cm}$
- $i = 158,6 \text{ cm}$
- Et vindue måler  $80 \cdot 90 \text{ cm}$
- Der er  $30 \text{ cm}$  udhæng på kvisten

Chefen oplyser dig om, at hoved- huset har en taghældning på  $45^\circ$

Og du siger til ham, at du sagtens kan udregne højden  $k$ , når du kender længden  $i$ .

d)

1. Beregn side højden  $k$
2. Beregn, hvor mange  $m^2$  beklædning skal du købe, når du regner med et spild på 12%
3. Beregn vinkel  $j$
4. Beregn gavlspidsens grader så i kan bestille beklædningen til vindskeden ved blikkenslageren.
5. Beregn, hvor mange  $m^2$  Cembrit underbeklædning skal du købe, når du regner med et spild på 30%

Du skal nu regne materialeprisen ud på det ovennævnte, så du indhenter tilbudspriser i trælasten:

- *Gavlbeklædning = 384,00 kr pr  $m^2$  ekskl. moms*
- *Cembrit underbeklædning = 435 kr. pr  $m^2$  ekskl. Moms*
- *et vindue koster 2680 kr. ekskl. moms*

e)

1. Beregn den samlede materialepris på hele kvisten inkl. 25 % moms
2. Vis alle dine beregningsmetoder til din chef, så han kan forklare til de andre i firmaet, hvordan du er kommet frem til løsningen.

Chefen er meget interesseret i, hvordan du kan finde ud af at udregne grader.

Der kan spare meget tid når håndværkeren ved, hvor mange grader han skal sætte sit skæreværktøj på, når materialet skal tilskæres...

Han vil gerne vide hvordan han kan finde grader i en retvinklet trekant, og ligeledes om han kan finde længder i en retvinklet trekant, når han bare kender graderne?

f)

1. Lav mindst tre eksempler, med cosinus, sinus og eller tangens, hvordan du kan finde grader i en retvinklet trekant.
2. Lav mindst tre eksempler med cosinus, sinus og eller tangens hvordan du kan finde længder i en retvinklet, når du kender graderne.

Du har også fortalt ham, det det også kan lade sig gøre at beregne alle slags trekanter, som ikke er retvinklede, ved hjælp af cosinus og sinus relationerne.

g)

1. Lav mindst tre eksempler, hvor du beregner en vilkårlig trekant, ved hjælp af cosinus og sinusrelationerne.

## Emneopgave 2

Lineære Funktioner

[https://youtu.be/iVIJ2v\\_GtbY](https://youtu.be/iVIJ2v_GtbY)

Ved ansættelsessamtalen fortalte du, at du også kan arbejde med funktioner, så det vil chefen gerne benytte sig af.

Firmaet som du er ansat i, har specialiseret sig i at lave sokler til huse.

Der for vil chefen finde ud af, hvilke betonleverandør det bedst kan betale sig at handle hos.



Du indhenter tilbud ved to betonleverandører:

### Tilbud fra beton firma 1:

Pris pr  $m^3$  Beton: 895,00 kr.

Engangstillæg ved levering: 800,00 kr.

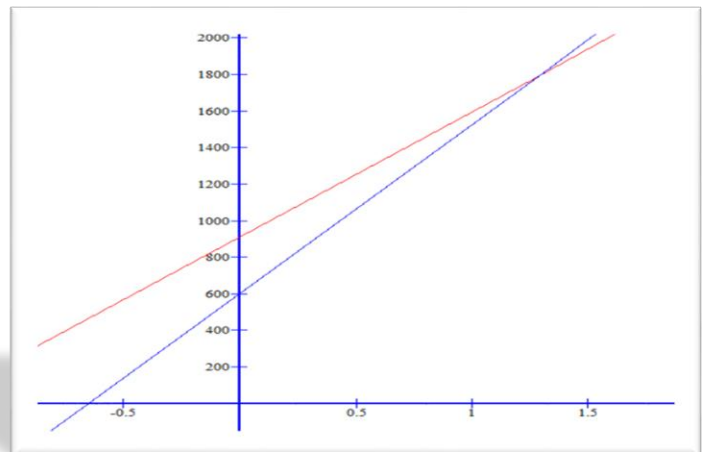
Båndtillæg: 110,00 kr.

### Tilbud fra beton firma 2:

Pris pr  $m^3$  Beton: 925,00 kr.

Engangstillæg ved levering: 500,00 kr.

Båndtillæg: 100,00 kr.



a)

Opstil en pris funktion  $f(x) = ax + b$  for hver beton leverandør, hvor X er antal  $m^3$  beton, og Y er den samlede pris i kr.

1. Vis grafisk hvordan prisen fra begge betonfirmaer udvikler sig, ift. hvor mange  $m^3$  beton der skal indkøbes.
2. Hvilken mulighed er den billigste, hvis i skal bruge  $12m^3$  beton til en sokkel?
3. Hvor mange  $m^3$  beton skal i bruge, for at betale præcis det samme, for begge tilbud?
4. Vis hvordan du kan løse spørgsmål 3 algebraisk.



Chefen er ret imponeret af hvad du kan, omkring at arbejde med grafiske modeller, så han har bedt dig om en ny opgave.

Virksomhedens varmesystem til værkstedet skal enten fornyes, eller der skal investeres i et nyt anlæg.

Chefen er ret miljøbevidst, så han overvejer at investere i et jordvarmeanlæg som er en del dyrere end renoveringen af det gamle anlæg.

Til gengæld er den årlige udgift til varmeforbrug langt billigere med et jordvarmeanlæg, end det gamle eksisterende anlæg.

Han oplyser dig om disse priser:

- *Renovering af det gamle anlæg = 19.800,00 kr.*
- *Årlig varmeforbrug ved det gamle anlæg = 34.800,00 kr*
- *Nyt jordvarme anlæg = 139.000,00 kr*
- *Årlig varmeforbrug af det nye jordvarme anlæg = 9.700,00 kr*

b)

1. Opstil en pris funktion  $G(x) = ax + b$  hvor  $b$  er renovering af det gamle anlæg,  $X$  er antal år, og  $G(x)$  er den samlede pris i kr.
2. Opstil en pris funktion  $J(x) = ax + b$  hvor  $b$  er investering af nyt jordvarmeanlæg anlæg,  $X$  er antal år, og  $J(x)$  er den samlede pris i kr.
3. Vis grafisk, efter hvor lang tid er det en økonomisk fordel for virksomheden, hvis i investerer i et nyt jordvarme varmeanlæg?
4. Vis at du kan løse spørgsmål 3 algebraisk.





Da du tog din Eud uddannelse, fandt du ud af at du var ret skrap til at få nye ideer, da i arbejdede med innovation.

Derfor har du fået den ide, at jeres firma kunne tage patent på en type overtrækssko som kan bruges når en håndværker skal ind i de pæne hjem, og han stadig skal beholde sine sikkerhedssko på.

I har derfor fået lavet en markedsanalyse på, hvordan priserne kan ligge på et par sko i et byggemarked.

Priserne skal ligge på et niveau hvor i kan tjene så meget som muligt, men samtidig, at der er et maksimum kundepotentiale.

- Hvis prisen er 120,00 kr. pr par, vil du udbyde 1100 par om året til hvert byggemarked i kæden
- Hvis prisen er 70,00 kr. pr par, vil du kun udbyde 600 par om året.

Analysen viser også noget om efterspørgslen af den type overtrækssko:

- Hvis prisen er 70,00 kr. pr par, efterspørger kunderne 800 par om året.
- Hvis prisen stiger til 100,00 kr. pr par, efterspørger kunderne kun 500 par om året.



c)

1. Vis ved en lineær funktion, at udbuddet kan beskrives med funktionen  $U(x) = 0,1x + 10$
2. Vis ved en lineær funktion, at efterspørgslen kan beskrives med funktionen  $E(x) = -0,1x + 150$
3. Forklar, hvad er ligevægtspunktet, og hvad skal det bruges til i denne sammenhæng?

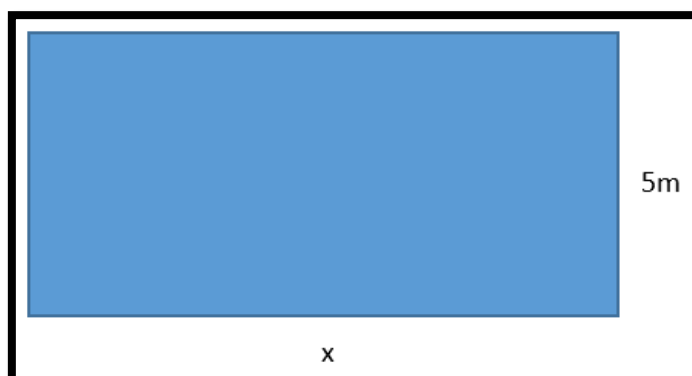
<https://youtu.be/5Rp2wUPzETk>



**Den lokale koloni haveforening** ønsker en matematisk model for etablering af nogle stykker jord. De vil gerne, at jordstykkerne har en bredde på 5 meter. Længden betegnes med  $x$ , da den varierer.

Funktionen kan beskrives med funktionen  $y = a \cdot x$

Arealet af jordstykket bliver også en variabel, og den betegner vi med  $y$ , som er afhængig af størrelsen på  $x$ .....



e)

1. Lav en forskrift til funktionen på jordstykket, og lav en graf for funktionen

Kolonihavebestyrelsen ønsker at lave en anden model, hvor hvert jordstykke er  $80\text{m}^2$

Både længden  $x$  og bredden  $y$  kan variere.

Sammenhængen mellem de to variable er at længde gange bredde altid er 80

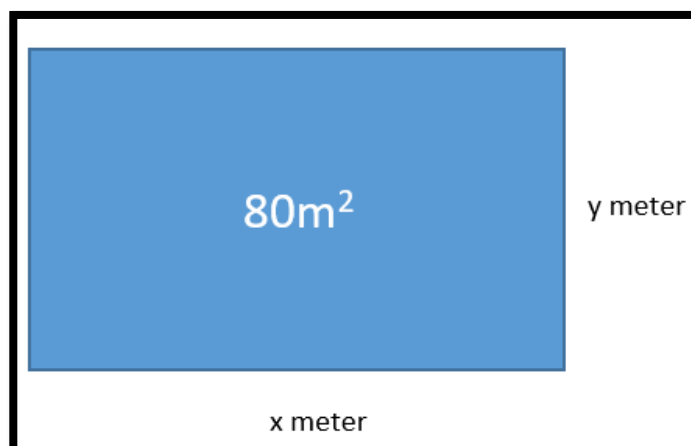
Dvs. :  $x \cdot y = 80$

De to variable kan ændre sig men i "modsat takt"

Fx hvis længden  $x$  fordobles må  $y$  nødvendigvis halveres, da de ganget sammen altid skal give 80.

- 2.

Lav en forskrift til en omvendt proportionalitet på denne funktion, og vis den grafisk.



## Emneopgave 3

Finansiell regning:

<https://youtu.be/CK2O9WWHh9s>



Dit Firma har lige afsluttet et stort byggeprojekt som gav et flot overskud på 961.500,00 kr.

Chefen har besluttet, at alle jer som var involveret i projektet skal dele overskuddet.

Med i projektet var:

- 2 chefer
- 4 formænd
- 25 svende
- 8 lærlinge

Han beder dig om at lave en funktion, så det er nemt fremover at beregne fordeling af overskud. Du kan også kalde det en "fordelingsnøgle", og fordelingen er således:

- Hver svend skal have 3000,00 kr. mere end en lærling.
- Hver formand skal have det samme som 5 svende
- Hver chef skal have det samme som 2 formænd.

a)

1. Opstil en ligning for funktionen
2. Find ud af hvor meget de hver især fik udbetalt i overskudsdeling



[https://youtu.be/9\\_7oXBYfDCo](https://youtu.be/9_7oXBYfDCo)



Du, som er formand, overvejer at sætte dit overskud ind på en vækstkonto i jeres egen virksomhed.

Kontoen er låst i 5 år.

Til gengæld giver virksomheden en høj forrentning på 6 % da de har pengene at arbejde med i den periode.

Pengene, efter 5 år, vil du bruge på en bil eller dit livs ferie.

**b)**

1. Hvor meget har du stående på din konto efter 5 år ved en årlig forrentning på 6%?
2. Find ud af hvilken formel du kan bruge til en sådan beregning.
3. Du tilbyder dine kollegaer, at lave samme beregninger på deres overskud, hvis de sætter penge ind på en højrente konto, lav disse beregninger.
4. Vis funktionen på en graf og hvad kaldes den funktion?



En af jeres lærlinge har fortalt dig at han gerne vil købe en ny bærbar gennem en annonce.

Den koster 6995,00 kr.

Han har ikke pengene så han overvejer at benytte sig af det lån, som de også tilbyder i annoncen.

I annoncen skriver de, at han betale 349,00 kr. pr. måned i 48 måneder, hvis han låner pengene der

Han mener sagtens han kan undvære 349 kr. pr måned....

**c)**

1. Forklar til jeres lærling hvad han særligt skal holde øje med i den tekst som står i lånebetingelserne, når han vil tjekke den reelle rente, dvs. når "rentes rente" og omkostningerne er regnet med.
2. Vis ham hvordan du regner ud, hvor mange penge han kommer til at betale for sin computer, hvis han låner pengene af firmaet i annoncen.
3. Vis ham hvordan han regner ud hvor meget han kan spare, hvis han opsparer pengene, og betaler computeren kontant.
4. Vis ham hvor mange måneder han skal lægge pengene til side på en opsparing, inden han har pengene til denne computer.

Dit firma har også en stor ordre i gang på en serie møbler til Saudi Arabien.

I har fået udbetalt 663.450,00 kr. som udgør 75 % af hele beløbet.

d)

1. Hvad er det fulde beløb som i skal have udbetalt når hele ordren er leveret?

Du har lagt dit årlige budget.

Dine samlede udgifter pr. måned er: 20600 kr.

Dine samlede indtægter pr. måned er 18.400,00 kr.

Du har i øjeblikket ikke mulighed for at øge din indtjening, så du skal spare på udgifterne i dit budget.

e)

1. Hvor mange procent skal du spare på dine udgifter så dit budget hænger sammen?

f)

Gør rede for finansformlerne:  $k_0$ ,  $k_n$ ,

- $k_n = k_0 \cdot (1 + r)^n$

- $k_0 = \frac{k_n}{(1+r)^n}$

- 1) Forklar f.eks. hvordan de to formler skal bruges når du vil spare op



Du har gået og spekuleret på, om du i stedet for at bruge det overskud, som du tjente på den store byggesag, til ferie eller bil, i stedet skal sætte pengene ind på en pensionskonto.

Du vil nemlig gerne have muligheden for, ikke at være afhængig af, at skulle arbejde til du er fyldt 75 år.

Du har undersøgt sagen, og ved at sætte pengene ind på en pensionskonto ser det ud til, at du kan få en forrentning af din opsparing med 8% hvert år.

g)

- 1) Hvor mange penge står der på denne pensionsopsparing efter 45 år, når du indskyder hele dit overskud?  
Du vil rigtig gerne have 3 mio. stående på din pensionskonto efter 45 år
- 2) Hvor mange penge skal du indsætte på din konto hvis du vil have 3 mio. kr. stående efter 45 år hvor du stadig regner med en årlig gennemsnitlig forrentning på 8%

<https://youtu.be/49tH2u4BoVo>



### Kriterierne som du bliver bedømt på:

- Emneopgaverne skal afleveres til den aftalte tid
- Du opstiller opgaverne med mellemregninger så det er tydeligt at se, hvordan du er kommet frem til resultaterne.
- Der er 2 streger under facit med lineal.
- Der er en tydelig afgrænsning mellem hvert stykke.
- Du viser tydeligt hvilke formler du bruger til dine udregninger.
- Du bruger de rigtige matematiske udtryk og symboler, samt benævnelser.