

**NC
UM** Nationalt Center
for Udvikling af
Matematikundervisning

1

A 10x10 grid of dots. Three dots are highlighted with red arrows pointing to the right:

- Row 3, Column 3
- Row 6, Column 6
- Row 8, Column 9

1

[illegible]

1. **At formidle matematikdidaktisk forskning** til pædagoger og lærere i dagtilbud, grundskole, gymnasiet og erhvervsskoler til inspiration og refleksion over praksis.
2. **At etablere og understøtte faglige netværk** for pædagoger og lærere og skabe rammer for samspil inden for og på tværs af uddannelser.
3. **At designe og gennemføre udviklings- og forskningsprojekter** med ekstern finansiering.

3

Tomas Højgaard, DPU, AU

Mikkel Johansen, KP

4

Temaer til erhvervsuddannelser



Algebra i erhvervsskolen



Broker på erhvervsskoler



Læringsstile



Matematisk modellering på erhvervsskoler



Test og kortlægning



Motivation og selvtillid



Mål og måling i erhvervsfagene



Positionssystemer



Samspil mellem matematik og erhvervsfag



Ældre elever på erhvervsskoler

5

Tværgående temaer



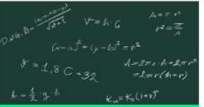
Algebra på tværs



Digitale værktøjer i matematikundervisning og instrumentel orkestrering



Epidemimatematik



Formler og symbolske udtryk



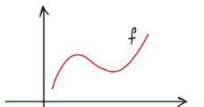
Planlægning af matematikundervisning



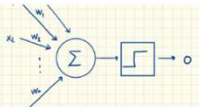
Lektionsstudier



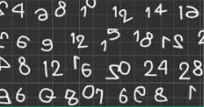
Matematikangst



Matematiske funktioner



Matematikken i AI

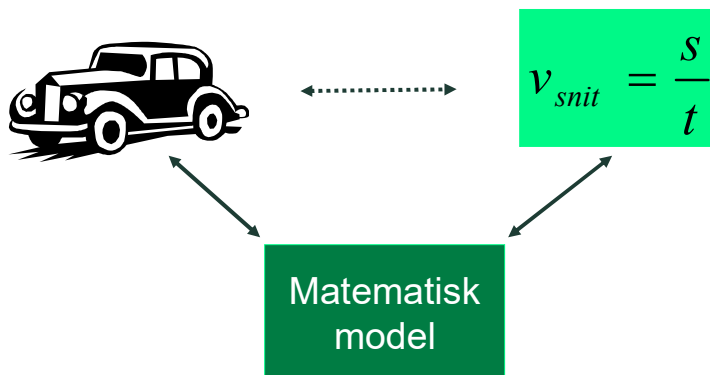


Talblindhed

6

Matematisk modellering (MM) i undervisning

Hvad er en matematisk model?



7

Begreberne matematisk model og modellering

En **matematisk model** er en relation mellem træk ved udsnit af virkeligheden (modellens objekt) og nærmere angivne matematiske sammenhænge (modellens matematiske repræsentation).

- Modellen etablerer en forbindelse mellem objektet og den matematiske repræsentation og er en fortolkning af begge dele
- En model er således altid model af noget
- Den samme matematiske repræsentation kan indgå i forskellige modeller
- En model kan derfor kun erkendes under en "synsvinkel", der ser og opfatter både modellens objekt og den matematiske repræsentation

Matematisk modellering er den proces at udsætte et område (udsnit af virkeligheden) uden for matematikken for en matematisk behandling i håb om at få hjælp til at besvare spørgsmål eller løse problemer inden for området.

8

Modeller og modellering indgår centralt i matematik på EUD

NCUM

I vejledningen for matematik i grundforløbet er modellering fremhævet som en central kompetence:

” Modelleringskompetence - at kunne analysere virkeligheden, begrænse det område, man vil modellere, matematisere, løse det matematiske problem, validere resultatet og undersøge inden for hvilke rammer, modellen gælder. .”

Der skelnes mellem to begrundelser for matematisk modellering i undervisning:

- (1) MM som didaktisk middel til at motivere og til at støtte elevernes læring af matematiske begreber og metoder.
- (2) MM som nødvendigt indhold til udvikling af modelleringskompetence som et selvstændigt mål for matematikundervisningen. (Blomhøj, 2016, 2019)

Se NCUM temaerne [Matematisk modellering](#) til gymnasiet og [Matematisk modellering på erhvervsskoler](#).

9

Modelleringskompetencen og dens to sider

NCUM

Generelt at kunne gennemføre matematisk modellering kræver besiddelse af matematisk modelleringskompetence. Den udgør en af de otte matematikkompetencer i KOM-rapporten og har som de andre kompetencer både en analyserende og en udførende side.

Den analyserende side

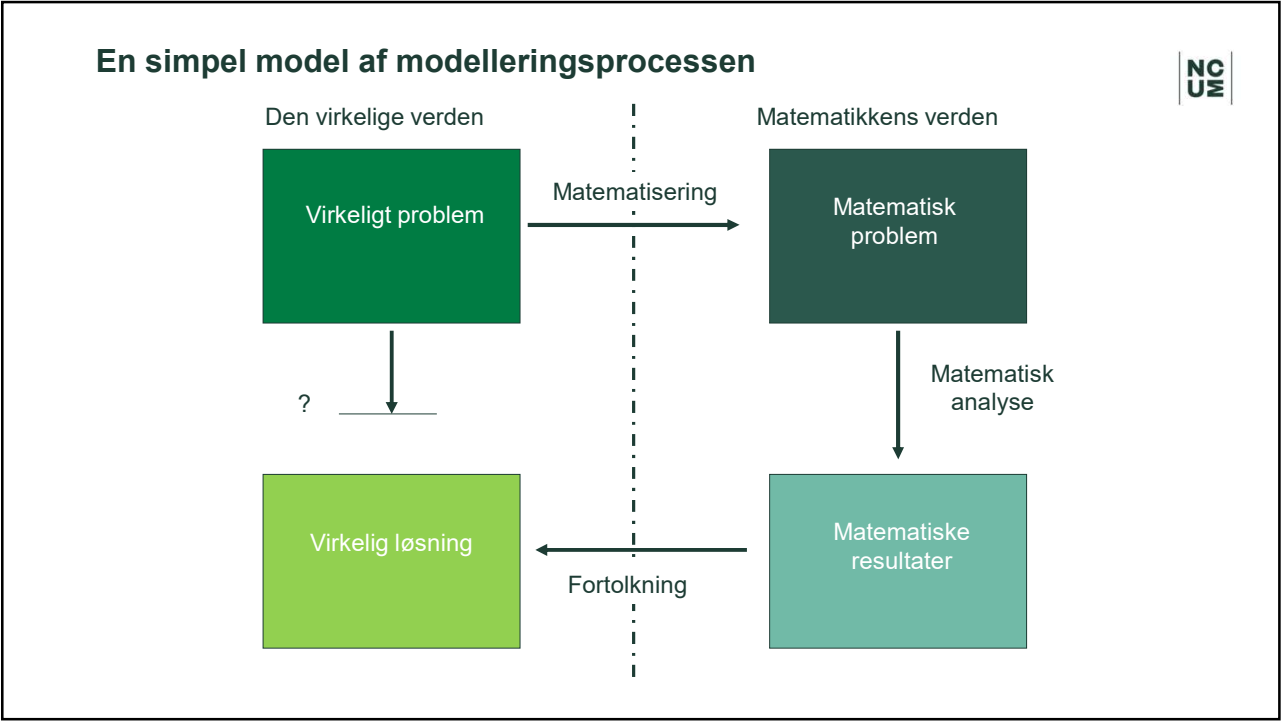
Den analyserende side af modelleringskompetencen dækker over at kunne analysere grundlaget for og egenskaberne ved foreliggende modeller og at kunne bedømme deres rækkevidde og holdbarhed. Hertil hører at kunne ”afmatematisere” (træk ved) foreliggende matematiske modeller, dvs. at kunne afkode og fortolke modelementer og -resultater i forhold til det felt eller den situation, som er modelleret.

Den udførende side

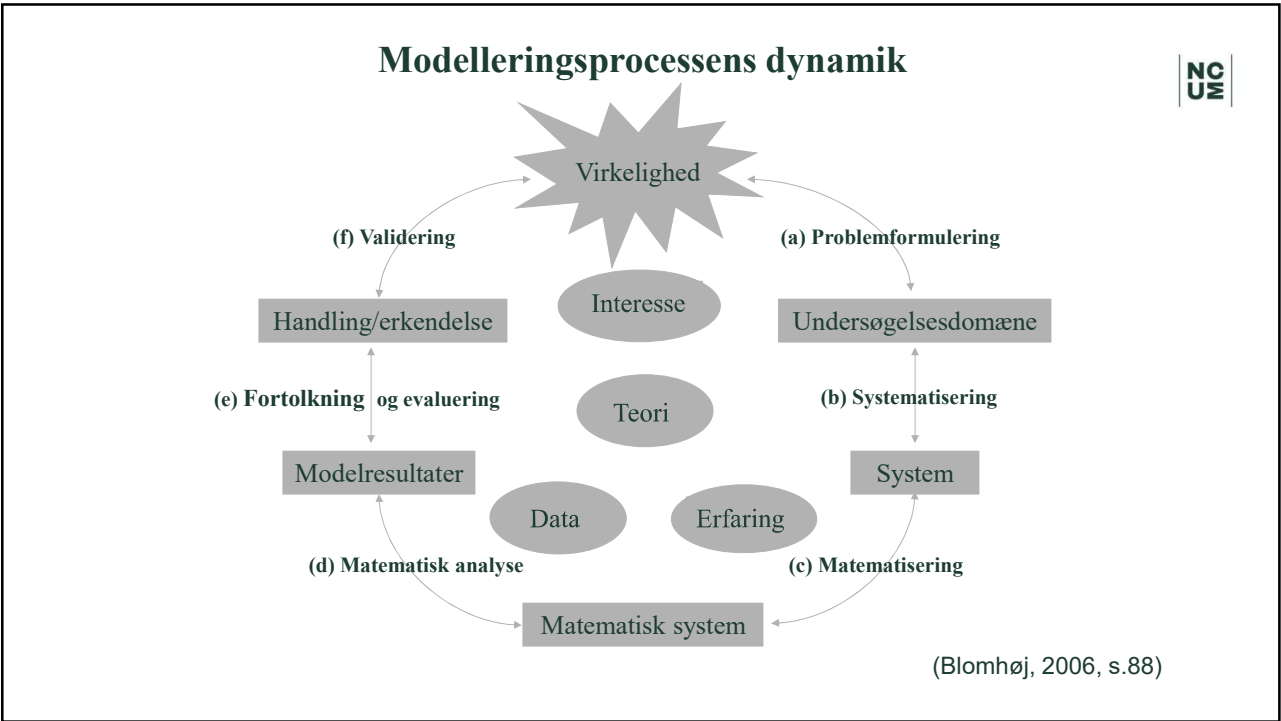
Den udførende side af modelleringskompetencen dækker derimod over at kunne udføre aktiv modelbygning i en given sammenhæng, dvs. at bringe matematik i spil og anvendelse til behandling af anliggender uden for matematikken selv. Dette dækker over at kunne gennemføre alle de forskellige processer i modelleringscyklussen. (Niss & Jensen, 2020)

Se evt. temaet [Matematisk modellering](#) på NCUMs website.

10



11



12

Matematiske modellers rolle og funktion

NC
UM

Matematiske modeller (kan) anvendes inden for alle professioner og spiller en vigtig rolle i mange fag og uddannelser - især inden for naturvidenskab og teknologi. Samtidig indgår MM i mange samfundsmæssige problemstillinger. MM kan i disse sammenhænge tjene til at

- beskrive
- forklare
- forudsige
- kontrollere
- foreskrive

forhold inden for de områder, modellerne angår.

MM spiller en central rolle i relation til samfundsmæssige kriser og risikofænomener. Det gælder fx klimakrisen, corona-pandemien og kriser i økonomien. Se fx Skovsmose (2020) og Blomhøj & Elicer (2021).

13

Modellering som middel til matematiklæring

NC
UM

- Modellering kan engagere elever i undersøgende arbejde med matematik (Artigue & Blomhøj, 2013)
- Modellering kan vise matematikkens relevans uden for klasselokalet og nuancere elevernes fagopfattelse
- Modellering kan give eleverne mulighed for at danne mening med de matematiske begreber og deres repræsentationer gennem forbindelse til konkrete og meningsfulde situationer. (Steinbring, 1987), (Gravemeijer, 1994, 1999)
- Modellering kan støtte elevernes begrebsdannelsen (Sfard, 1991)
- Modellering kan udfordre og udvide elevers begrebsbilleder (Vinner and Dreyfus, 1989)

14

Fire kontekster for MM i EUD

NC
UM

Hverdagskontekst

Elevernes hverdagserfaringer og livssituation.

Uddannelseskontekst

Elevernes fælles matematikundervisning på grundforløbet og mulighed for fortsat matematiklæring.

Erhvervskontekst

Elevernes kommende profession og erfaringer fra job/praktik.

Samfundskontekst

Matematiske modellers anvendelse ved samfundsmæssige problemstillinger kan være meningsfuld for eleverne.

15

Hverdagskontekst for MM

NC
UM

Elevernes hverdagserfaringer og livssituation kan udgøre meningsfulde kontekster for arbejde med selv at opstille og analysere matematiske modeller.

Mange EUD elever er i en livssituation, der har fællestræk. Det kan være:

- Økonomien som EUD-elev
- Boligsituationen – evt. ønske om at flytte hjemmefra
- Fritidsarbejde
- Transporten til og fra skole og arbejde
- Fester og - alkohol
- Hverdagslivet - tidsplanlægning med videre

16

Matematikmorgener og morgenbrusebadet - er det for EUD-elever?

Vækkeuret ringer!

Din hånd rammer uret, som falder på gulvet. Du får fat i det og slukker det med et suk.....

Du vender dig om på den anden side og prøver at forestille dig, at det er blevet lørdag. Men så mærker du den – lysten. Lysten til at komme i gang, fordi der står Matematikmorgener på skemaet.

"Muntre Matematik-Morgener med Morten & Mikael", tænker du. Klokkeren 8:00 skal du være sammen med alle de andre. En ny og spændende dag står forventningsfuld og venter på at blive taget i brug af netop dig!

(Blomhøj & Skånstrøm, 2006)

17

Så tager du dine matematik-briller® på, rejser dig fra din varme seng og går ud på badeværelset. Tjekker måske lige el-måleren undervejs? På badeværelset smiler spejlet til dig, mens du søvndrukkent ser efter, om du er sluppet for bumser i løbet af natten.

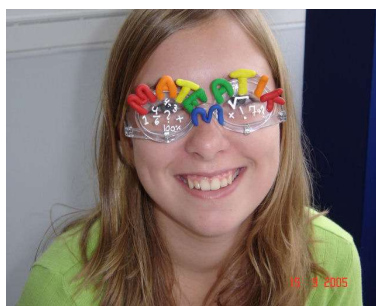


Foto: Mikael Skånstrøm

Du børster tænder og forestiller dig måske, hvor sjovt det ville være at se, hvor lang en stribe du kunne lave, hvis du trykkede al tandpastaen ud.....Kan man regne det ud? Du lader det varme vand pjaske ned over din krop i flere minutter – hov, hvor meget vand gik der egentlig til det?

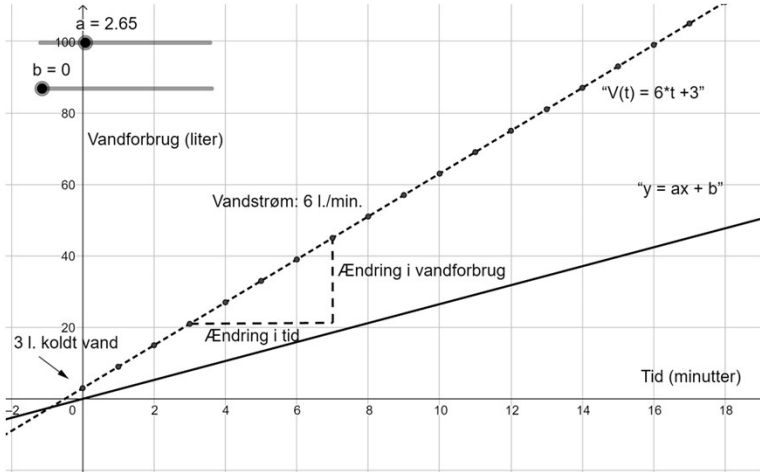
© Mikael Skånstrøm

18

Morgenbrusebadet



Foto: Morten Blomhøj



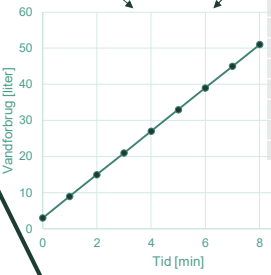
19

Matematiske begreber og deres repræsentationer

En lineær funktion:
(objekt)

$y = 6x + 3, x \in [0, 8]$

Dens repræsentation
(tegn/symbol)



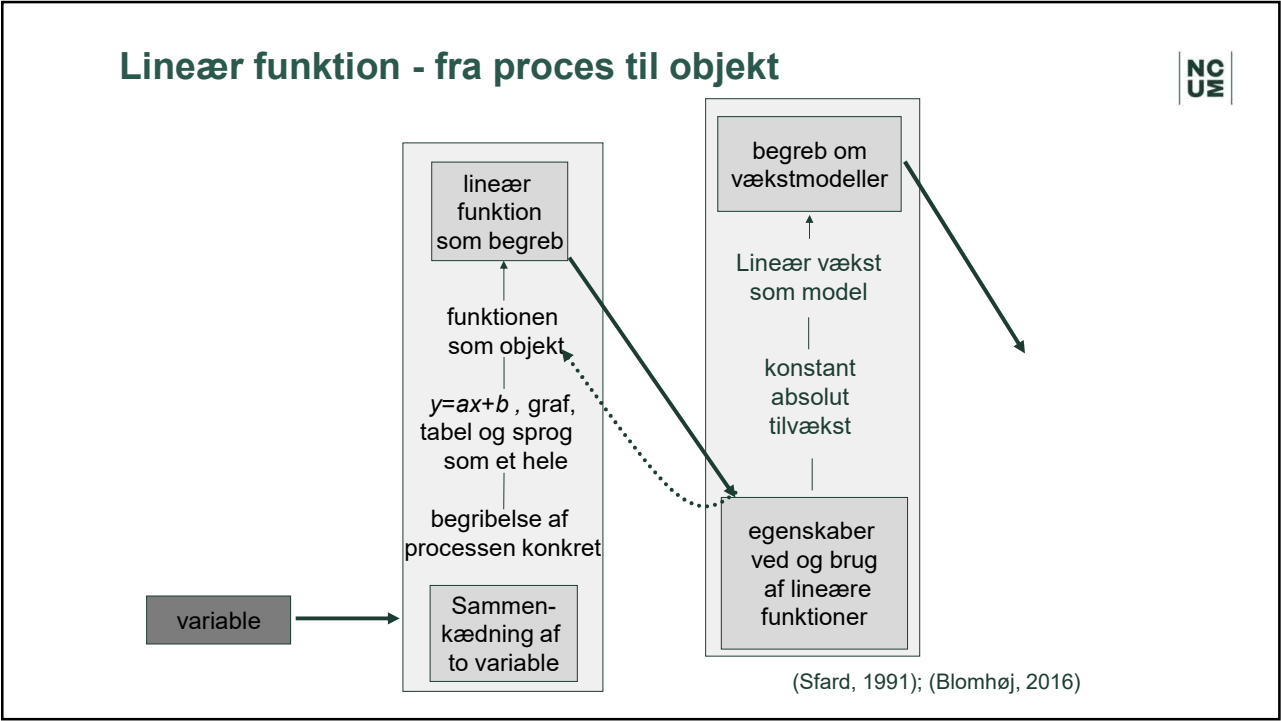
t [min]	V [liter]
0	3
1	9
2	15
3	21
4	27
5	33
6	39
7	45
8	51

Lineær funktion
(begreb)

(Blomhøj (2016), Steinbring (2005))

 DPU
AARHUS UNIVERSITET

20



Brusebadet i ramme af *Realistic Mathematics Education*

NCUM

1. *aktivitet* i sammenhæng med den konkrete opgave, hvor fortolkning og forståelse af det matematiske indhold og løsning af opgaven er baseret på en forståelse af den konkrete kontekst. *Situational*

2. *henvisningsaktivitet*, hvor modellen optræder som en *model af* den konkrete situation, der er etableret i undervisningen. *Referential*

3. *generel aktivitet*, hvor modellen med dens konkrete referencer optræder som *model for* en generel matematisk sammenhæng, og hvor aktiviteterne angår modellens generelle egenskaber og deres forbindelse til den matematiske teori. *General*

4. *formel matematisk aktivitet*, hvor fortolkning og forståelse af matematikken ikke længere kræver støtte fra situationer, der tjener som model for den matematiske sammenhæng. *Formal*

(Gravemeijer, 2007, 1999)

23

Festen - indtag og forbrænding af alkohol

NCUM

Festen

Tid (timer)	Alkohol (g) - Dark Blue Line	Alkohol (g) - Light Pink Line
0	60	48
2	48	60
4	36	52
6	24	44
8	12	36
10	0	28
12	-12	20
14	-24	12
16	-36	4

Figuren viser to kurver. Den mørke svarer til en startværdi på 60 g (5 genstande) og den lyse til en startværdi på 48 g (fire genstande) og derefter en genstand per time de næste tre timer.

DPU
AARHUS UNIVERSITET

24

Uddannelseskontekst for MM

NCUM

Eleverne er fælles om matematik på grundforløbet – dog ikke nødvendigvis med samme niveausigte. Modellering som middel til matematiklæring med fokus på centrale begreber, repræsentationer og metoder er en mulighed.

- Etablering af fælles faglige erfaringer og data kan gøre konteksten meningsfuld.
- Der kan arbejdes med modeller og modellering i forskellige situationer, hvor den samme matematik kommer i spil.
- Det kan skabe grundlag for, at eleverne oplever flow og mestring.
- Modellerne og lighederne i deres repræsentationer giver grundlag for, at eleverne kan se sammenhænge på tværs af forskellige situationer ved hjælp af matematik. Det gælder fx i forhold til ligefrem proportionalitet og lineære funktioner.
- Modellerne af brusebadet og festen kan blive til modeller for (at forstå) lineære funktioner.

25

Kompartimentdiagrammer for brusebadet og festen

NCUM

6 eller 0 l./min.

$V(t)$ [liter]
 $V(0) = V_0 = 3$ l.

$V(t) = 6t + 3 \quad \text{for } 0 \leq t \leq 3$
 $V(t) = 21 \quad \text{for } 3 < t \leq 5 \text{ (Hårvask)}$
 $V(t) = 6t - 9 \quad \text{for } t > 5$

$Ind(t)$

$A(t)$ [g]
 $A(0) = A_0$

c [g/time]

Ved brug af "ind/ud-princippet" fås:

$Ind(t) = \begin{cases} 12 \text{ g / time} & \text{for } t \leq 3 \\ 0 \text{ g / time} & \text{for } t > 3 \end{cases}$
 $Ud(t) = -8 \text{ g / time}$
 $Ind(t) - Ud(t) = \begin{cases} 4 \text{ g / time} & \text{for } t \leq 3 \\ -8 \text{ g / time} & \text{for } t > 3 \end{cases}$

$A(0) = 48 \text{ g og } A(3) = 60 \text{ g}$
 $A(t) = 4t + 48 \quad \text{for } t \leq 3$
 $A(t) = -8t + 84 \quad \text{for } t > 3$

26

Sammensatte størrelser ”gemmer på” MM i job og fag

NC
U
Σ

Størrelse	Symbol	Definition	SI-enhed
Enhedspris	Ikke fast men fx p	Pris per enhed	kr./stk. eller kr./kg eller ...
Fart	v	strækning per tid	m/s
Elektrisk modstand	R	Forhold mellem spænding og strømstyrke	$[\Omega]=[V/A]$
Massefylde	ρ	vægt per volumen	kg/m ³
Koncentration	$C = n/V$	Antal nol per volumen eller vægt per volumen	$[M]=[mol]/[l]$ eller g/l
Dækningsgrad af maling	$D?$	areal/liter	m ² /l

Størrelse	Symbol	Definition	SI-enhed
Varmeforbrug	V	Varmeforbrug til opvarmning per areal	kWh/m ²
Bæreevne af træbjælke	R	Kraft (eller last) som bjælken kan modstå	N
Body Mass Index	BMI	vægt per højde ²	kg/m ²
Populations-tæthed	P	Antal individer per areal	m ⁻²
BNP per indbygger	BNP/N	National omsætning/ indbygger	kr.
Hældnings-koefficient	a	Ændring i afh./ ændring i uafh. variabel	$[y]/[x]$

27

Eksempler på ligefrem proportionalitet og lineære sammenhænge

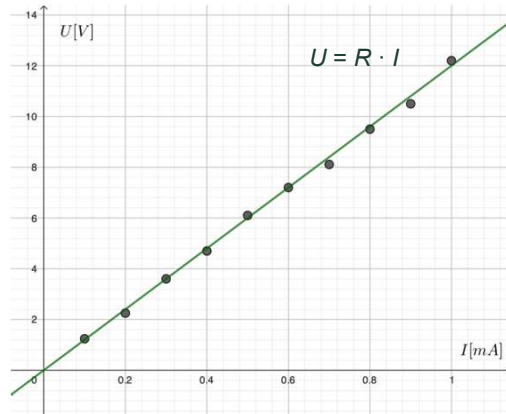
NC
U
Σ

- Sammenhæng mellem strækning og tid ved bevægelse med konstant fart
$$s = v t$$
- Sammenhæng mellem spænding og strømstyrke i et elektrisk kredsløb, Ohms lov:
$$U = R I$$
- Det skrå højdegrænseplan ved bebyggelse
Til beboelse skal afstanden d til skel eller vej/sti være mindst 2,5 m.
For $d \geq 2,5$ m er den tilladte maksimale bygningshøjde $H_{\max} = 1,4 d$
For skure glæder $H_{\max} = 2,5$ m for $d > 0$.
- Sammenhæng mellem mængde og pris
Ligefrem proportionalitet $P = p_e M$
Lineær sammenhæng ved fx leveringsomkostning $P = p_e M + \text{Lev}$
Enhedsprisen kan afhænge af mængden – typisk i prisintervaller
- Sammenhæng mellem kørt strækning, A, og pris ved taxikørsel
$$P = p_{\text{km}} A + P_{\text{start}}$$
- Sammenhæng mellem vandforbrug og badetid ved brusebad
$$V(t) = v_{\text{flow}} t + V_0$$

28

Ohms lov

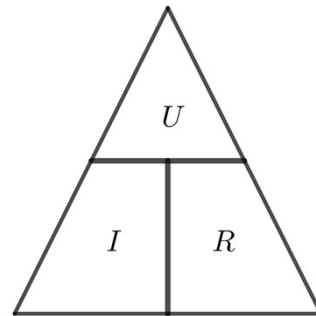
NC
UM



$$U = I \cdot R$$

$$I = U/R$$

$$R = U/I$$



29

29

Erhvervskontekst for MM

NC
UM

Elevernes kommende profession og erfaringer fra job/praktik udgør en kontekst for modellering, som kan opleves meningsfuld for eleverne. En udfordring er forskellige professioner på samme hold. Der kan lægges vægt på fællestræk ved forskellige professioner, variation og eksemplaritet på tværs af professioner. Selvvalgt fagligt emne eller problemstilling er en anden mulighed.

Eksempler:

- Arbejdstegning som (matematisk) model
- Budget for et projekt som model
- Design (og realisering) af egne projekter
- Eleverne afdækker brug af MM i deres erhverv
- Fagspecifikke modeller og situationer for modellering
- Lønsedlen som model

30

MM i mit erhvervsfag – kan brillerne bruges?



Opgavebeskrivelse:

Lav nøjagtige optegnelser over det, du ser med dine matematikbriller, når du arbejder med dit erhvervsfag. Du kan dokumentere dine iagttagelser med fotos, tegninger og data/målinger.



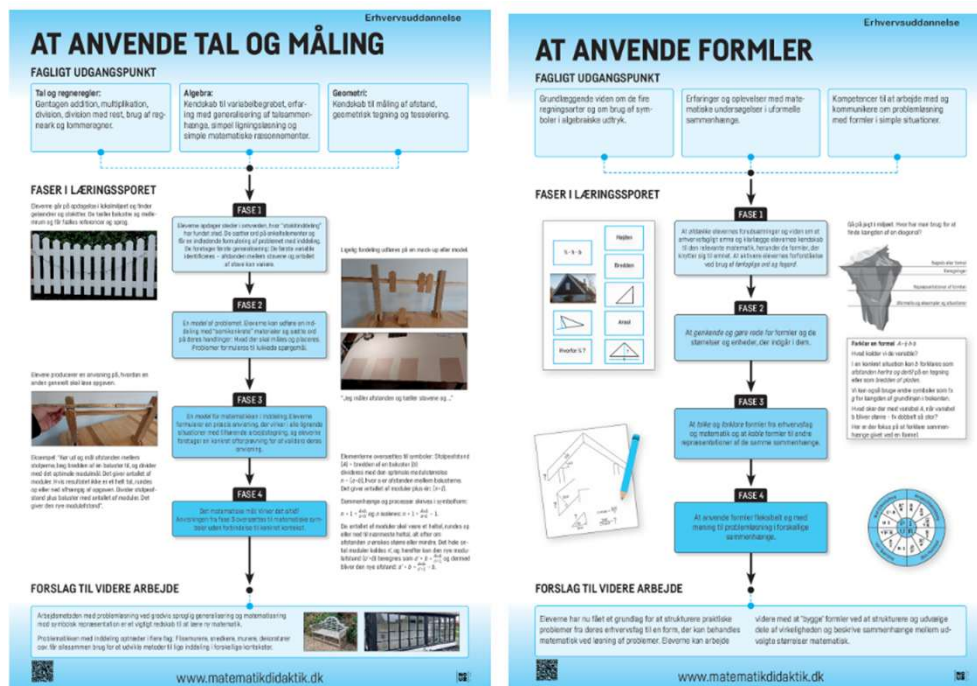
Foto: Mikael Skånstrøm

Dine notater skal bearbejdes matematisk med fokus på modeller og modellering. Dine resultater og overvejelser skal formidles for klassen med plakat i A3-format i et indbydende layout og ved en pp-præsentation med 4-6 slides. Du får to matematikmoduler til formidlingen i uge 43....



31

To læringsspor til EUD



32



10 minutters pause

33

Samfundskontekst for MM



Matematiske modeller indgår i mange samfundsmæssige problemstillinger. Det kan udgøre meningsfulde kontekster for elevernes arbejde. Eleverne kan arbejde med at analysere foreliggende modeller samt at afdække og kritisere deres forudsætninger.

Scenariedidaktisk ramme for MM i samfundskontekst

Hvad koster det at forny belægningen på bytorvet med Cairo-fliser?

FN's verdensmål for bæredygtig udvikling involverer MM

BMI som mål for over- og undervægt?

Beregning af CO₂-belastning af en aktivitet?

Hvordan defineres en ghetto, og hvad betyder det?

Hvor meget areal optager en vindmølle?

Hvordan måles økonomisk ulighed, og hvad betyder det?

Epidemimatematik - www.matematikdidaktik.dk/temaer/epidemimatematik

34

Model for scenariedidaktisk undervisning

Specialiserede

Refleksion

Videnskab
Disciplinerede
praksisformer

Profession
Profesionaliserede
praksisformer

Skole
+ skolske praksisformer

Samfund
Demokratiserede
praksisformer

Hverdag
Socialiserede
praksisformer

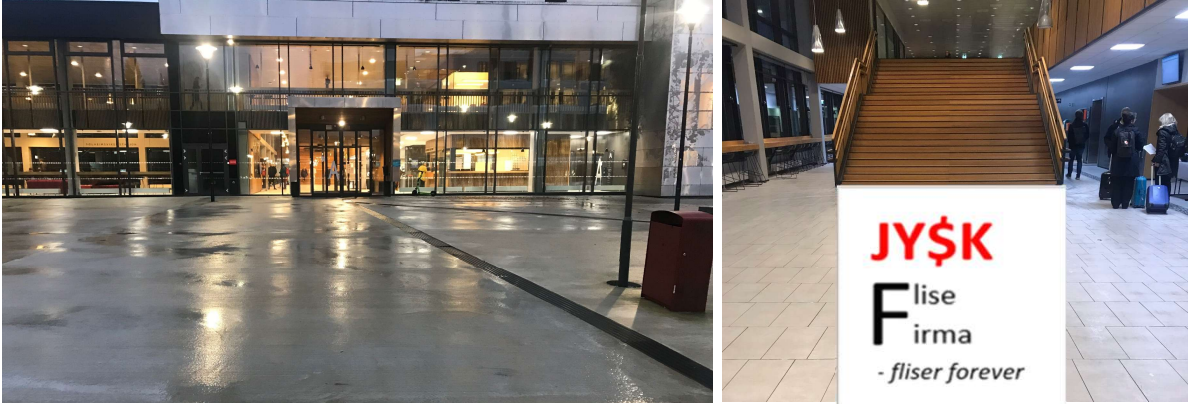
Handling

Ikkespecialiserede

(Hanghøj et al. 2017)

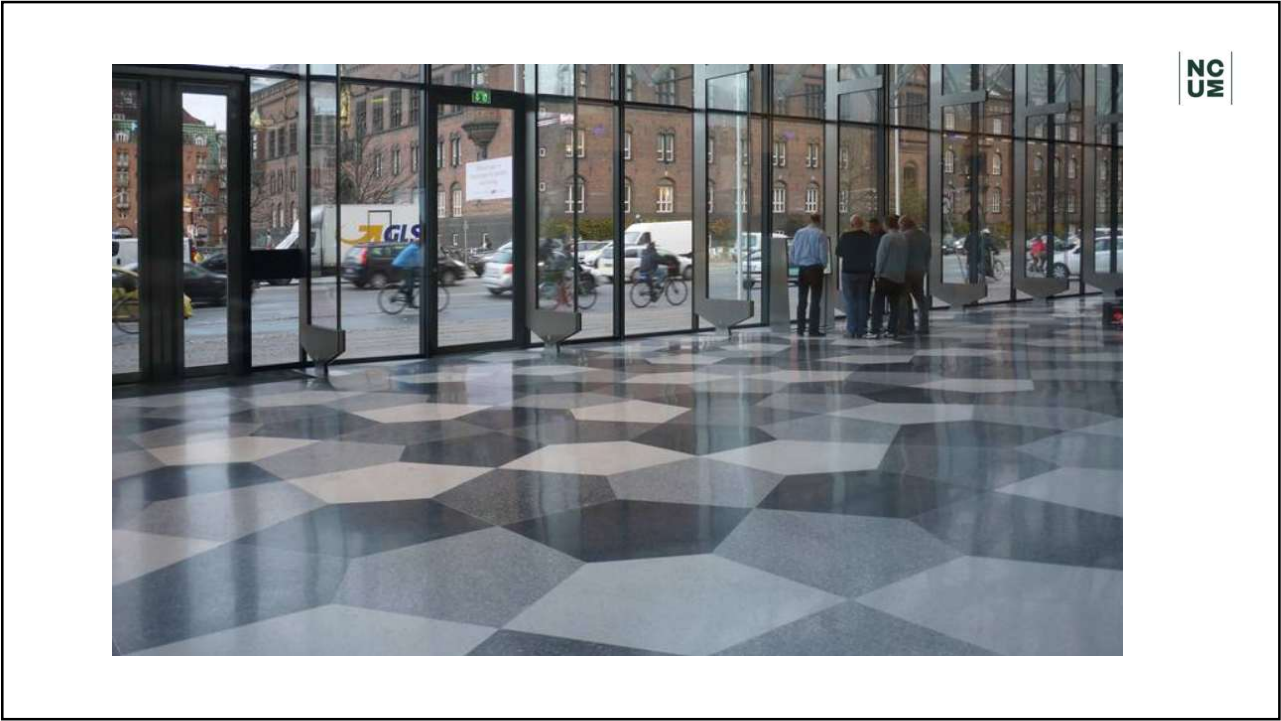
35

Fornyelse af bytorvet - et scenariedidaktisk forløb om Cairo-flisen

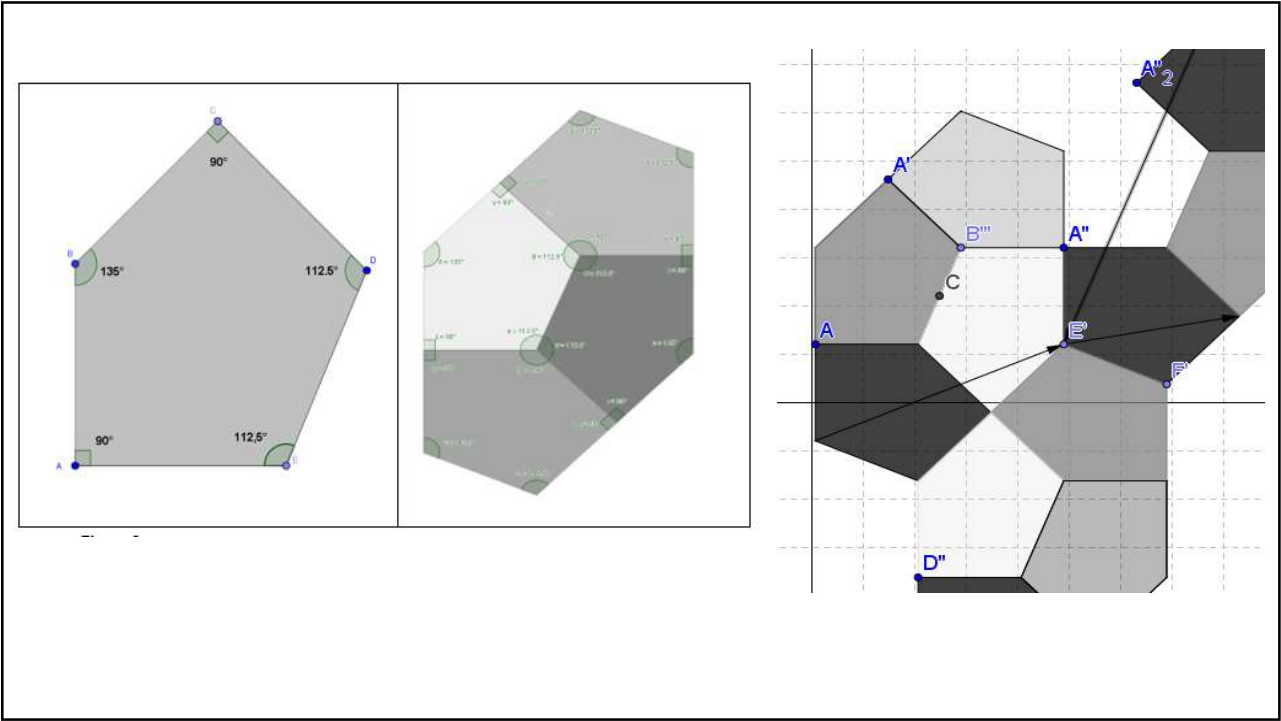


(Blomhøj & Skånstrøm, 2022)

36



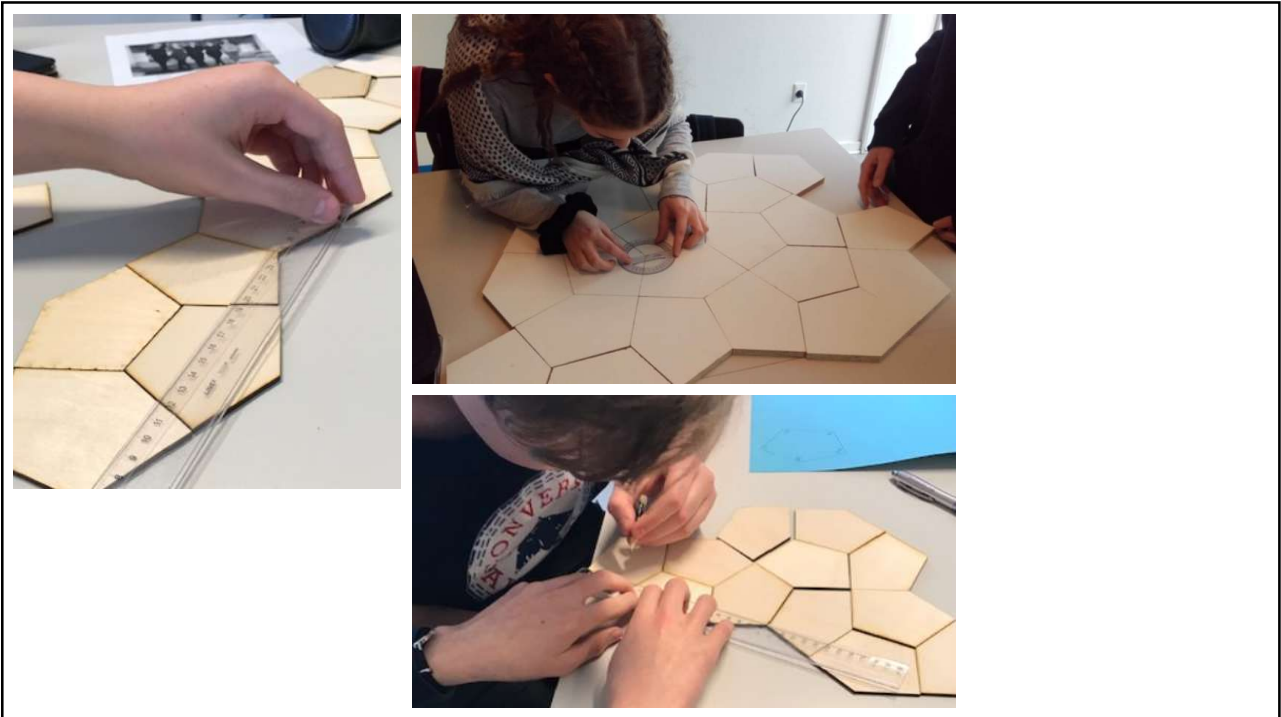
37



38



39



40

NCUM

Fælles drøftelse i den scenariedidaktiske kontekst

Modellering som middel til læring af matematik

- Den matematiske fortælling om Cairo-flisen, tesselering og fire-farveproblemet – kan man klare sig med tre farver?
- Hvad er det der gør Cairo-flisemønstret smukt/interessant at se på?
Kan det beskrives matematisk?

Modellering som mål – modelleringsprocessen kan genbesøges

Budgettet for projektet som matematisk model:

- Hvor mange ekstra fliser skal der højst bruges ved kanterne?
- Hvad koster det at få fliserne lagt?
- Hvor lang tid vil det tage?
- Kan der komme ekstraudgifter?
- Hvad er usikkerheden på priserne og dermed på budgettet?

41

41

NCUM

BMI som mål for over- og undervægt

$$BMI = \frac{V [kg]}{H^2 [m^2]}$$

hvor V er en persons kropsvægt i kilogram og H er personen højde i meter
BMI er med enheden kg/m^2 et indekstal, der bruges sundhedsfagligt og medicinsk som indikator for under- og overvægt, jf. kategorierne på figuren.

The chart displays BMI categories and their corresponding weight ranges (kg) for heights from 1.6m to 2.0m. The categories are: Undervægt (light blue), Normalvægt (green), Overvægt (yellow), Fedme kl. 1 (orange), Fedme kl. 2 (dark orange), and Fedme kl. 3 (red). The weight ranges are indicated by horizontal lines on the right side of the chart.

BMI kategori	Weight Range (kg)
Fedme kl. 3	> 40
Fedme kl. 2	30 - 40
Fedme kl. 1	25 - 30
Overvægt	25 - 30
Normalvægt	18 - 25
Undervægt	< 18

Hvad kan en person med normalvægt veje, hvis personen er 1,65 meter høj?

42

Hvor meget areal optager vindmøllerne på Lolland?

NO
U
Σ

Ifølge Lolland Kommunes borgmester, Holger Schou Rasmussen (S), fylder grøn energi to procent af Lollands fysiske areal. Det sagde han i hvert fald under valgdebatten "Dit Valg" på TV2 ØST.

Men hvordan er han kommet frem til det tal?

TV2 ØSTs faktaredaktion har med hjælp fra matematikprofessor Steen Markvorsen, Danmarks Tekniske Universitet (DTU), fået lavet beregninger, der viser, at vindmøllerne alene gør næsten fem procent af Lollands areal ubeboeligt.

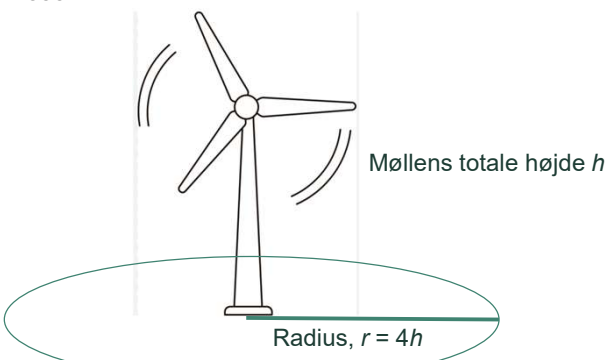
43

43

Hvor meget areal optager vindmøllerne på Lolland?

NO
U
Σ

Der skal ifølge Miljøstyrelsens bekendtgørelse om planlægning for opstilling af vindmøller (paragraf 1 stykke 2) være minimum fire gange møllens totale højde (inklusive vinge) til nærmeste beboelse. En vindmølle med en totalhøjde på 150 meter betyder, at der ikke må ligge beboelse i en omkreds af 600 meter.

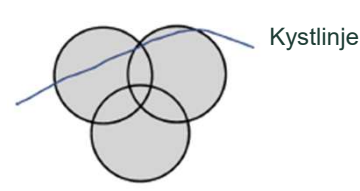


Møllens totale højde h

Radius, $r = 4h$

Møllen optager arealet $A = \pi r^2 = \pi(4h)^2 = 16 \pi h^2$

Der skal tages hensyn til overlappende arealer og afskæring af kystlinje.



Kystlinje

Resultatet bliver, at vindmøllerne på Lolland samlet set optager 42,23 kvadratkilometer. Det svarer til 4,8 procent af kommunens areal på 886,1 kvadratkilometer.

44

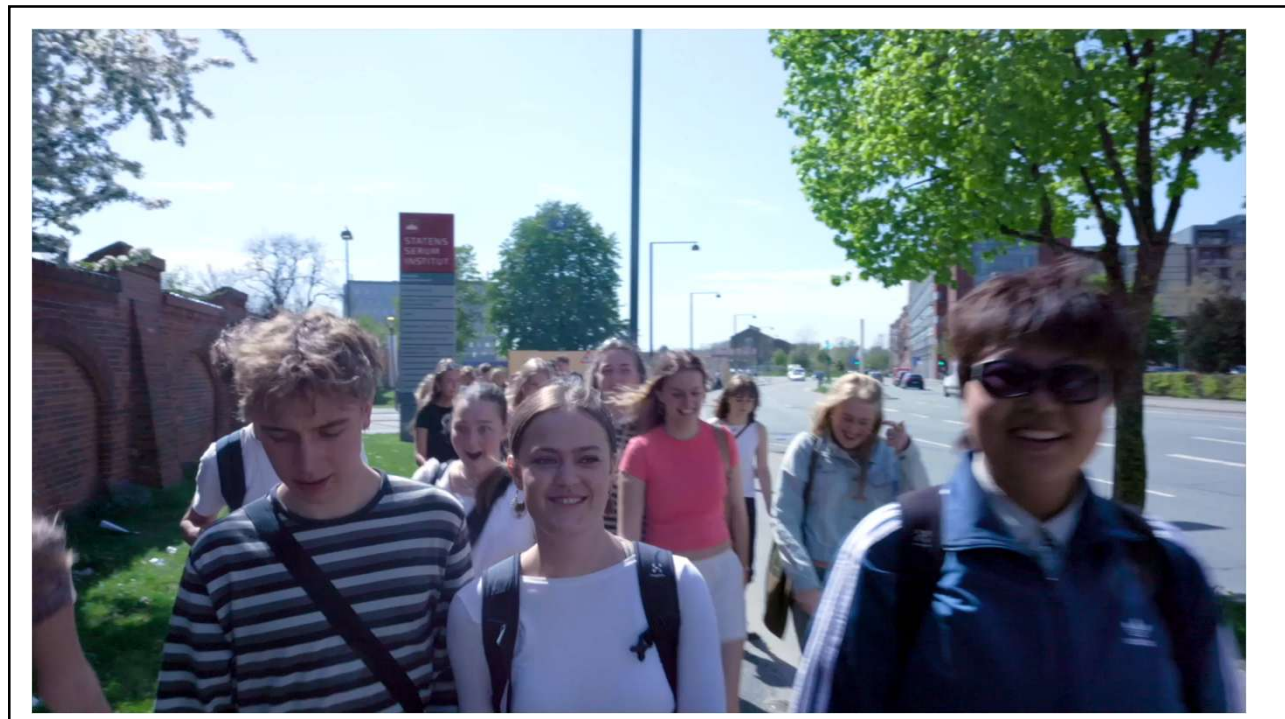
44

Den salte syge – simulering af smittespredning

NCUM

- Vi ser først et klip fra en video, som NCUM har produceret i samarbejde med Statens Serum Institut. Klippet varer ca. 8 minutter.
- Hele videoen findes [her](#).
- Derefter gennemfører I selv første del af eksperimentet med den salte syge.

45



46

Simulering og modellering af smittespredning - den salte syge

NC
U3

- Alle tager et krus med væske (det er jeres "væskekrus") og et lille tomt krus (det er jeres "smagekrus").
- Alle stiller sig derefter spredt rundt i lokalet.
- Væsken er rent vand - undtagen i ét krus, hvor der er en saltopløsning.
- Inden start smager alle på deres væske ved at hælde ganske lidt over i smagekruset og smage på det. Smager det salt, er du "smittekilden, patient zero"! Du er den eneste smittede til at starte med.
- *VIGTIGT: Du skal holde masken og aldrig vise andre, at du har smagt saltvand og er blevet smittet!*
- Når eksperimentet begynder, starter et stopur på skærmen. Det skifter hvert 30'te sek.
- Alle går rundt imellem hinanden og danner hurtigt par.

47

Den salte syge – forsøgsvejledning

NC
U3

Når I mødes i par, gør I følgende:

- Hæld al væske fra den ene persons krus op i den andens væskekrus.
- Hæld ganske lidt over i hvert af jeres smagekrus, og smag på det.
- Husk: Ingen grimasser - det må ikke afsløres, hvem der bliver smittet!
- Del derefter væsken i lige store portioner i hvert af jeres væskekrus.
- Begge personer kigger nu op på stopuret, der vises på skærmen.
- Hvis du **netop** er blevet smittet (dvs. har smagt salt for første gang), **skal du huske tiden!**
OBS: Begge personer skal kigge på uret hver gang, uanset smitte eller ej, så de andre ikke kan lure, om I er smittede.
- Find en ny makker (det må gerne være en, du har mødt før), og gentag proceduren for et møde, uanset om du er smittet eller ej. Fortsæt, indtil eksperimentet slutter.
- Der må ikke tales eller gestikuleres under eksperimentet.
- Efter 6 minutter stoppes eksperimentet.

48



49

Opsamling af data for den salte syge

NC

UMC

Tid (min.)	Antal nye smittede	Antal smittede I(t)
0	1	1
0,5	2	2
1	4	4
1,5	10	8
2	12	18
2,5	8	30
3	6	38
3,5	4	44
4	2	48
4,5		50
5		
5,5		
6		

50

Opstilling af en model for den salte syge

NCUM

Mål: Vi ønsker at beskrive og forudsige den tidlige udvikling i antallet af personer, der er smittet med den salte syge.

Variable: Vi indfører følgende variable, der kan opfattes som funktioner med tiden t som uafhængig variabel.

S eller $S(t)$: Antal modtagelige individer (Susceptible)
 I eller $I(t)$: Antal smittende individer (Infectious)

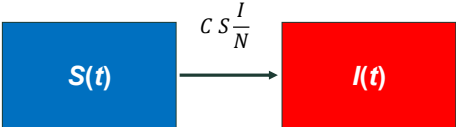
Forsimplende antagelser:

- Populationen er konstant, N , under epidemien ($N = S(t) + I(t)$)
- Under epidemien forløber overførelsen: $S \rightarrow I$ (Man bliver altså ikke rask igen!)
- Alle personer har samme smitteadfærd. Dvs. alle har samme kontaktrate – alle udfører det samme antal kontakter per tid. Vi kalder kontaktraten for C .
- Hvis man er modtagelig og møder en smittende person, så bliver man smittet.

51

Kompartimentdiagram for modellen – en SI-model

NCUM



```
graph LR; S[S(t)] -- "C S I/N" --> I[I(t)]
```

Vi ser på et lille tidsinterval Δt (hvor $C \Delta t \ll 1$). Det gør, at vi kan regne med S og I , som om de er konstante. Så hvor mange nye tilfælde kan vi forvente i et tidsinterval Δt ?

Hver modtagelig udfører (som alle andre) C kontakter per tid – dvs. de modtagelige udfører $C S(t) \Delta t$ i tidsrummet Δt . Den andel af disse kontakter, som er med smittende, kan beregnes som $I(t)/N$, når vi antager, at alle kontakter opstår uafhængigt af, om man er smittet eller ej. Herudfra kan vi beregne ændringerne over et tidsinterval Δt for $S(t)$ og $I(t)$. Vi får følgende ligninger for de nye værdier af S og I efter et tidsskridt, nyS og nyI :

$$nyS = S - CS \frac{I}{N} \Delta t$$
$$nyI = I + CS \frac{I}{N} \Delta t$$

Det kan også skrives som differensligninger

$$S(t + \Delta t) = S(t) - CS(t) \frac{I(t)}{N} \Delta t$$
$$I(t + \Delta t) = I(t) + CS(t) \frac{I(t)}{N} \Delta t$$

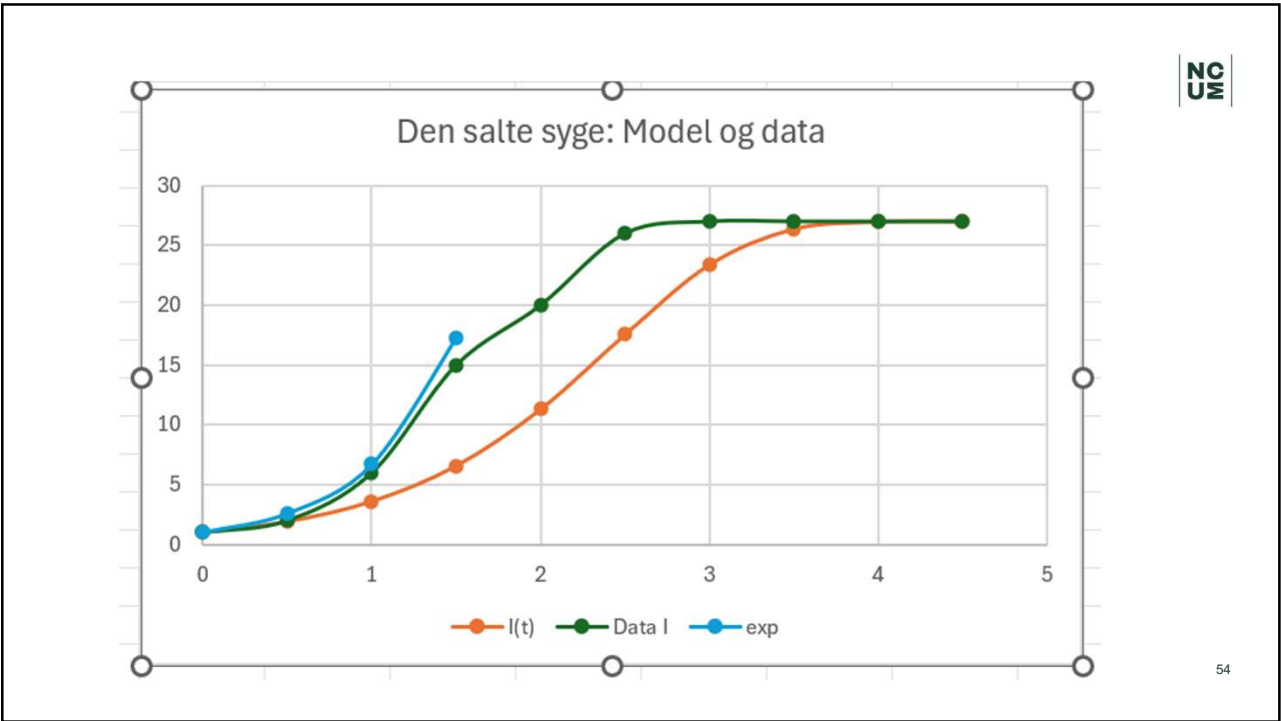
52

SI-modellen beregnet i regneark

NCUM

S-I Model					
Kontaktraten c (/min.)		1,9			
Tidsskridt Δt (min.)		0,5			
Populationstørrelse N		27			
Tid	$S(t)$	$I(t)$	Data I	exp	
0	26	1	1	1	
0,5	25	2	2	2,59	
1	23	4	6	6,69	
1,5	20	7	15	17,29	
2	16	11	20		
2,5	9	18	26		
3	4	23	27		
3,5	1	26	27		
4	0	27	27		
4,5	0	27	27		

53



54

Hvorfor er den salte syge et godt eksempel på MM?



- **Fænomenet:** Eleverne kender til epidemier og smittespredning i forvejen. Det kan nu opleves i fællesskab i klassen og skaber motivation for matematisk modellering til beskrivelse og forklaring af data, som de selv producerer. De kan selv opstille en model i et regneark, der kan beskrive og forklare (data for) fænomenet.
- **Modelleringsprocessen:**
 - Eleverne får grundlag for at forstå og forholde sig til idealisering af smittespredning ved den salte syge.
 - Med tid og støtte kan de selv opstille SI-modellen i et regneark.
 - De kan analysere modellen ved hjælp af regneark.
 - De får erfaring med modellering af et dynamisk system med kompartments.
 - De kan validere modellen over for data, de selv har produceret.
 - Modellen kan evt. udvides til en SIR-model for virusinfektioner.
- **Modellering som middel:** Eleverne arbejder med centralt fagligt indhold som databehandling, regression, eksponentialfunktion, differensligninger og brug af regneark til beregning af trinvis udvikling.

55

55

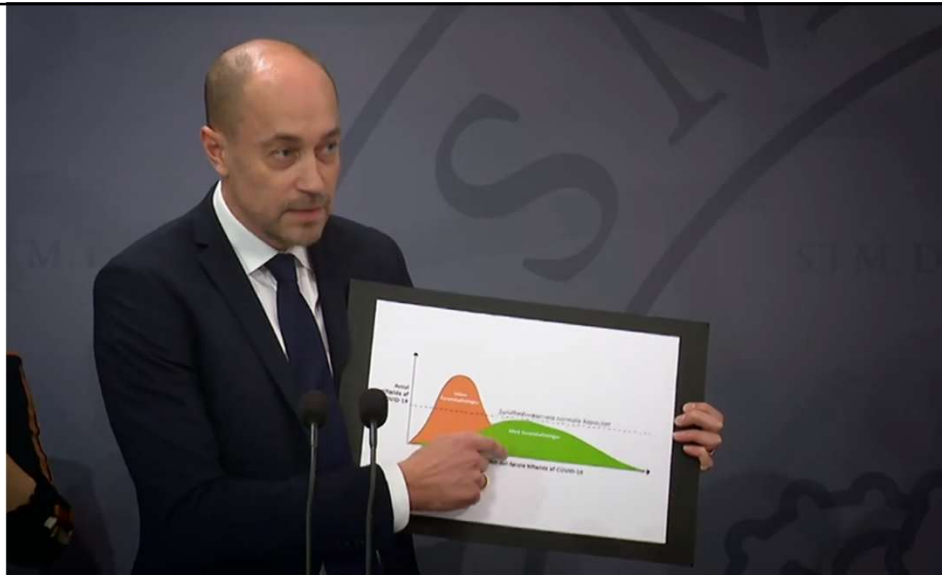
Hvorfor er den salte syge et godt eksempel på MM?



- **Autenticitet:**
 - Eksperimentet "Den salte syge" skaber en virkelighed for eleverne og dermed en subjektiv oplevelse af autenticitet.
 - Problemstillingen er objektivt autentisk og samfundsrelevant. Det har eleverne videns- og erfaringsgrundlag for at erkende.

56

56



Sundhedsminister Magnus Heunicke med “den røde og den grønne kurve” for udvikling af Corona-epidemien i Danmark ved en pressekonference den 10. marts 2020.
Kilde: regeringen.dk

57

Hvorfor er den salte syge et godt eksempel på MM?

➤ Autenticitet:

- Eksperimentet “Den salte syge” skaber en virkelighed for eleverne og dermed en subjektiv oplevelse af autenticitet.
- Problemstillingen er objektivt autentisk og samfundsrelevant. Det har eleverne videns- og erfaringsgrundlag for at erkende.
- Videoen og reference til Corona-pandemien kan styrke oplevelsen af autenticitet.
- Eleverne bliver opmærksomme på, at matematiske modeller bruges til at beskrive, forklare og forsøge at kontrollere epidemier.
- Et undervisningsforløb om modellering af epidemier kan give indsigt i:
 - Hvor der arbejdes med modellering af epidemier
 - Hvem der arbejder med modellering af epidemier
 - Hvordan der arbejdes med modellering af epidemier
 - Med hvilke mål man arbejder med modellering af epidemier
 - Hvad det betyder for, hvordan vi kan imødegå epidemier og pandemier.

58

58

Hvorfor er den salte syge et godt eksempel på MM?



➤ Kritisk refleksion:

Svarer modellen til omstændighederne under eksperimentet:

- Har alle samme kontaktrate, og er der fuld "opblanding"?
- Hvor godt beskriver modellen data fra eksperimentet?
- Hvor godt forklarer modellen data fra eksperimentet?
- Hvilke forhold er de samme under eksperimentet som ved en virkelig epidemi?
- Hvilke forhold er forskellige?
- Hvad kan eksperimentet med den salte syge og modellen bruges til i matematikundervisningen på EUD?

59

59

Tak for opmærksomheden



Nationalt Center for Udvikling
af Matematikundervisning

matematikdidaktik.dk

Tid til spørgsmål

60

Referencer



- Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualising inquiry based education in mathematics. *ZDM The International Journal on Mathematics Education* 45 (6), 798-810.
- Blomhøj, M. (2020a). Undersøgende matematikundervisning - fra teori til praksis. I Wahl, Michael and Weng, Peter (eds.) *Håndbog for matematikvejledere 2. udgave*. København: Dansk Psykologisk Forlag.
- Blomhøj, M. (2019). Towards integration of modelling in secondary mathematics teaching. In Lines of inquiry in mathematical modelling research in education (pp. 37-52). Cham: Springer International Publishing.
- Blomhøj, M. (2016). *Fagdidaktik i matematik*. København: Frydenlund.
- Blomhøj, M. (2006). Mod en didaktisk teori for matematisk modellering. In Kunne det tænkes?:-Om matematiklæring (pp. 80-109). Malling Beck.
- Blomhøj, M., & Elicer, R. (2021). Epidemiological models and the problem of coherence: from the critical justification to a practice of teaching mathematical modelling. *Quadrante*, 30(2), 79-100.
- Blomhøj, M., & Skånstrøm, M. (2022). Fornylse af Bytorvet: et scenariedidaktisk forløb i 8. klasse. In *Håndbog i Scenariedidaktik* (pp. 217-231). Aarhus Universitetsforlag.
- Blomhøj, M. og Skånstrøm, M. (2016): Det kommer an på. I: Alrø, H. og Ragnes, T.E (red.): Matematikk for framtida, Caspar Forlag.
- Blomhøj, M og Skånstrøm, M. (2006). Matematik Morgener – matematisk modellering i praksis. I O. Skovsmose og M. Blomhøj (red.) *Kunne det tænkes? – om matematiklæring*. København: Malling Beck, 7-23.

61

- Brousseau, G. (1997). Theory of didactical situations in mathematics. Dordrecht: Kluwer.
- EVA, Danmarks Evalueringsinstitut (2019): Anvendelsesorienteret undervisning motiverer kursister.
- Gravemeijer, K. (2007). Emergent modelling as a precursor to mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Eds.) *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study* (pp. 137-144). New York: Springer.
- Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 155-177.
- Gravemeijer, K. & Doorman, L.M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics*, 39 (1-3), 111-129.
- Hanghøj, T., Misfeldt, M., Bundsgaard, J., Foug, S. S., & Hetmar, V. (2017). Hvad er scenariedidaktik?. Aarhus University Press.
- Niss, M., & Højgaard Jensen, T. (red.) (2002). Kompetencer og matematiklæring: ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark. (p. 52) København: Undervisningsministeriets forlag. (Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie; Nr. 18).
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Skovsmose, O. (2020). Critical mathematics education. In Encyclopedia of mathematics education (pp. 154-159). Cham: Springer International Publishing.
- Skovsmose, O. (2003). Undersøgelseslandskaber. Skovsmose, O. & Blomhøj, M. (red.). *Kan det virkelig passe? – om matematiklæring*. København: Malling Beck, 143-158



62

Skovsmose, O. & Blomhøj, M. (2006) (red.). *Kunne det tænkes? – om matematiklæring*. København: Malling Beck.

Skånstrøm, M. & Blomhøj, M. (2016). Det kommer an på... I Rangnes, T.E. og Alrø, H (red.) Matematikklæring for Framtida. Caspar forlag.

Steinbring, H. (2005). *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: An epistemological perspective* (Vol. 38). Springer Science & Business Media.

Tall, D. & Vinner, S., 1981. Concept image and concept definition in mathematics, with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.

NCUM

NCUM

64