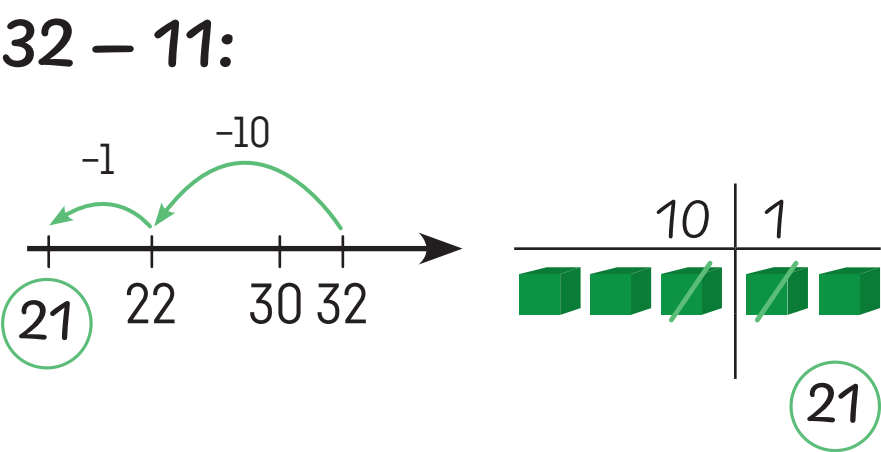
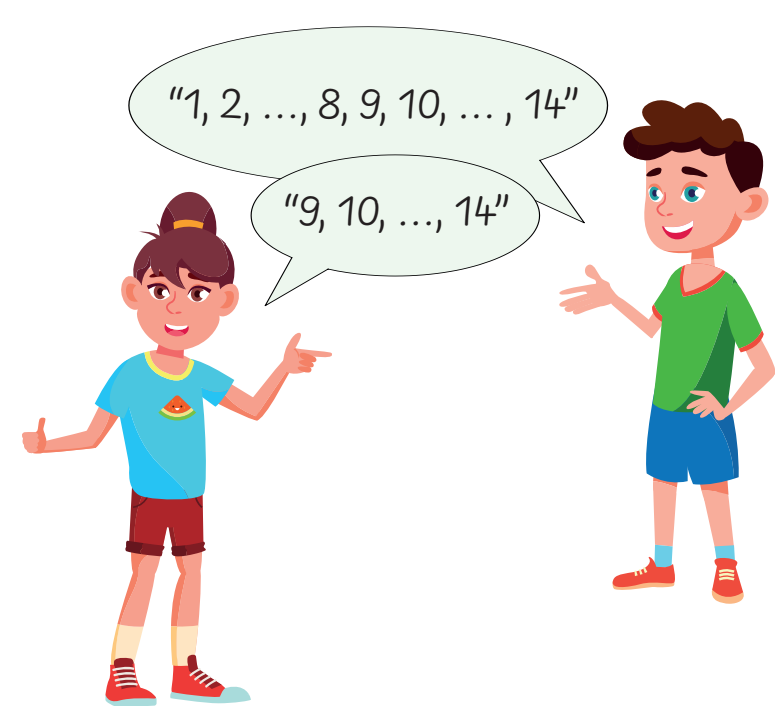
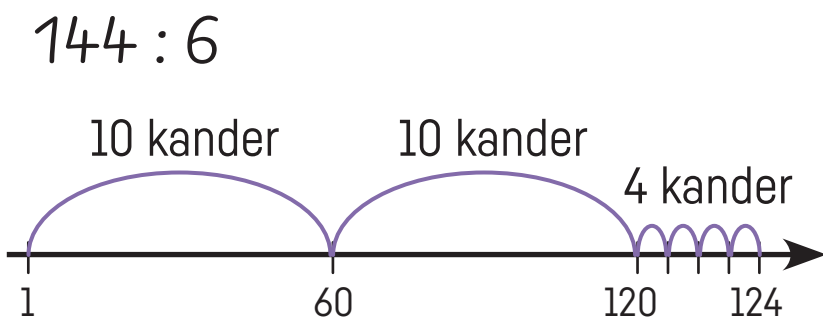
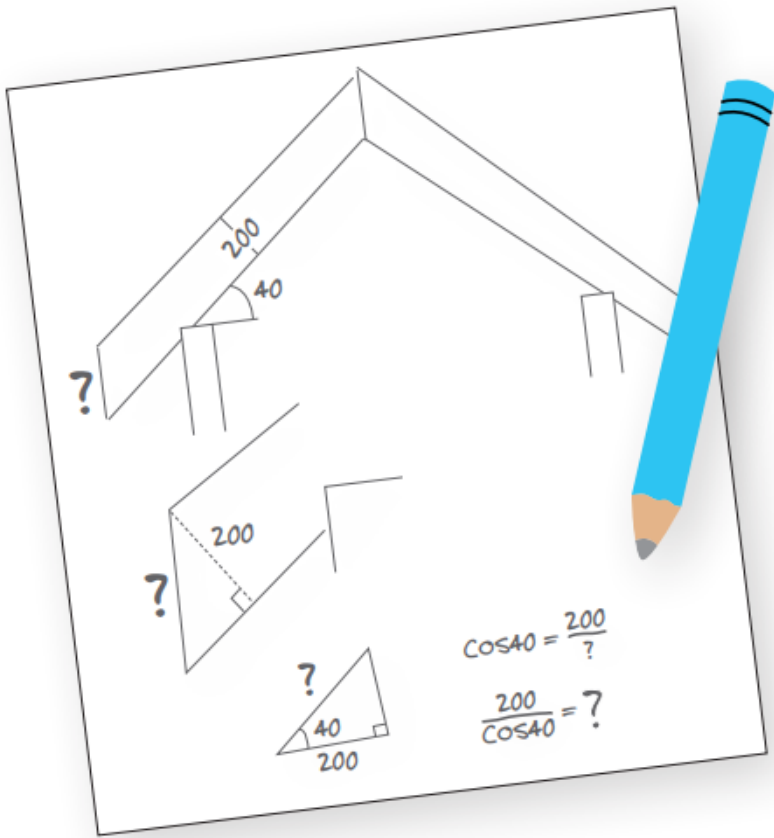
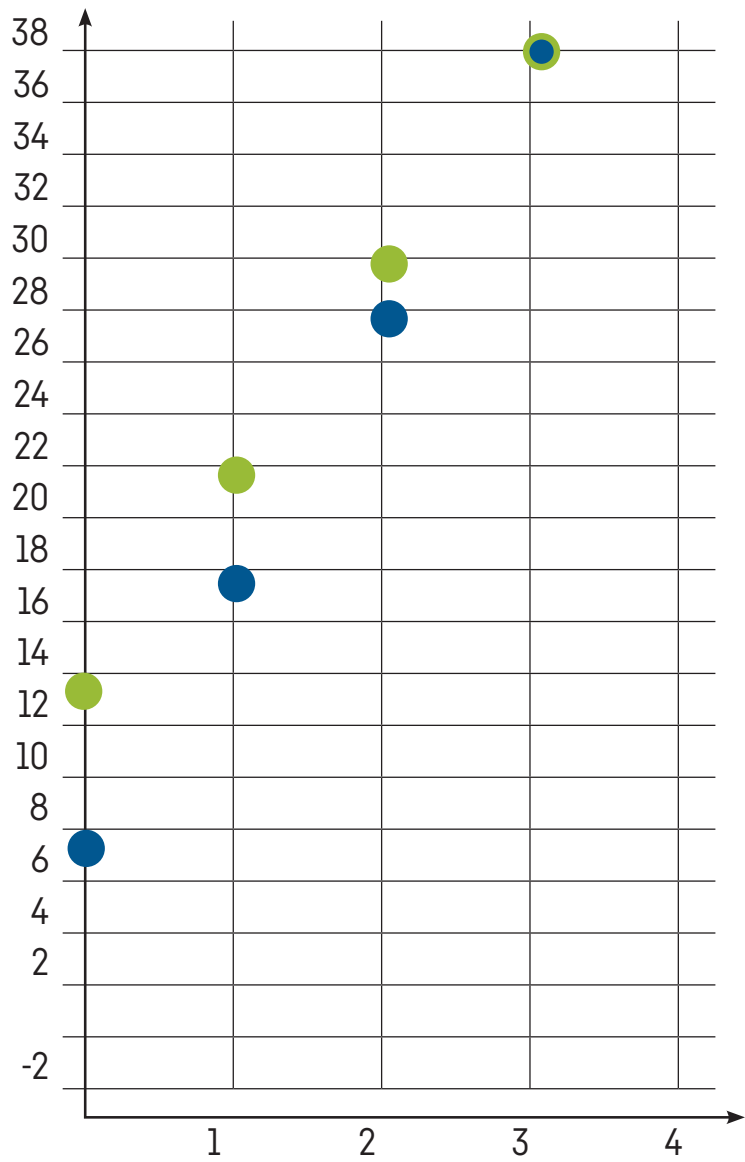


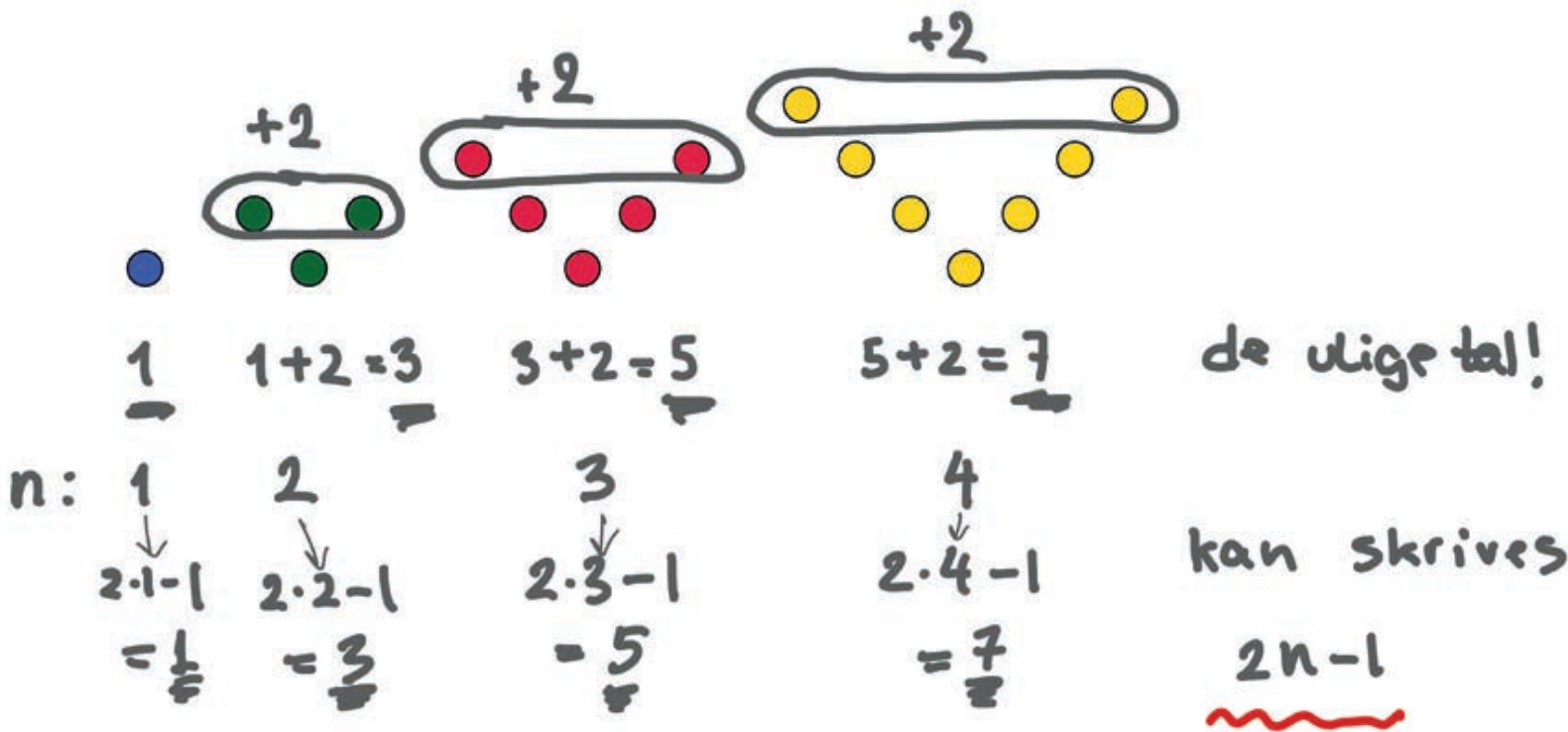
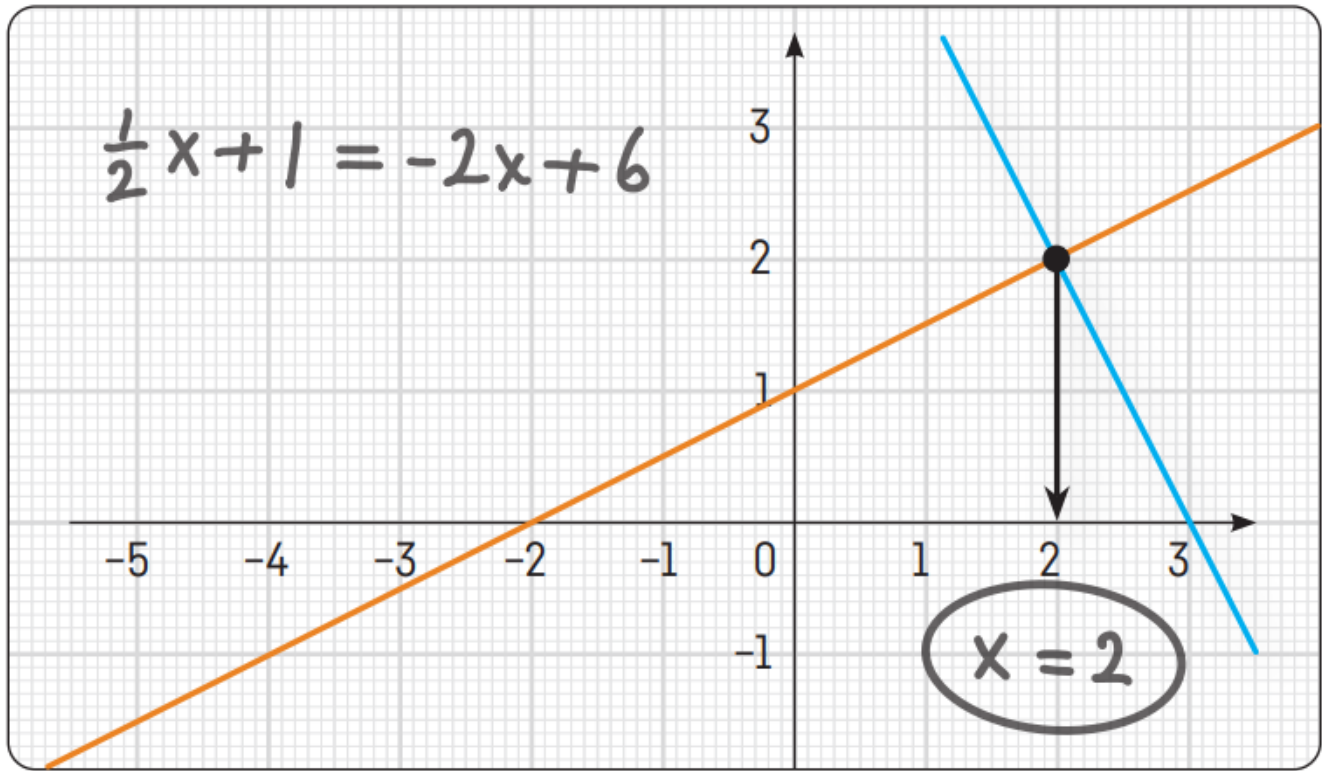
OVERSIGT OVER PLAKATER TIL TAL & ALGEBRA-INDSATSEN



$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$



$$144 : 6 \begin{cases} 60 : 6 = 10 \\ 60 : 6 = 10 \\ 24 : 6 = 4 \end{cases} \rightarrow 24$$



AT ADDERE ETCIFREDE TAL

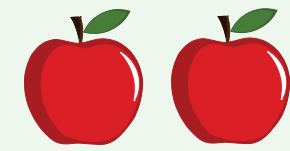
FAGLIGT UDGANGSPUNKT

Erfaringer med talnavne og talremser:

1, 2, 3, ...
10, 20, 30, ...

Erfaringer med at tælle ting og at bestemme antal, fx ved at samle i bunker og tælle.

Kan genkende små antal uden at tælle – kan fx se, at der er 2 æbler uden at tælle.



FASER I LÆRINGSSPORET



FASE 1

At løse hverdagsproblemer med addition med brug af **tællestrategier** og støtte i **konkrete materialer**.

FASE 2

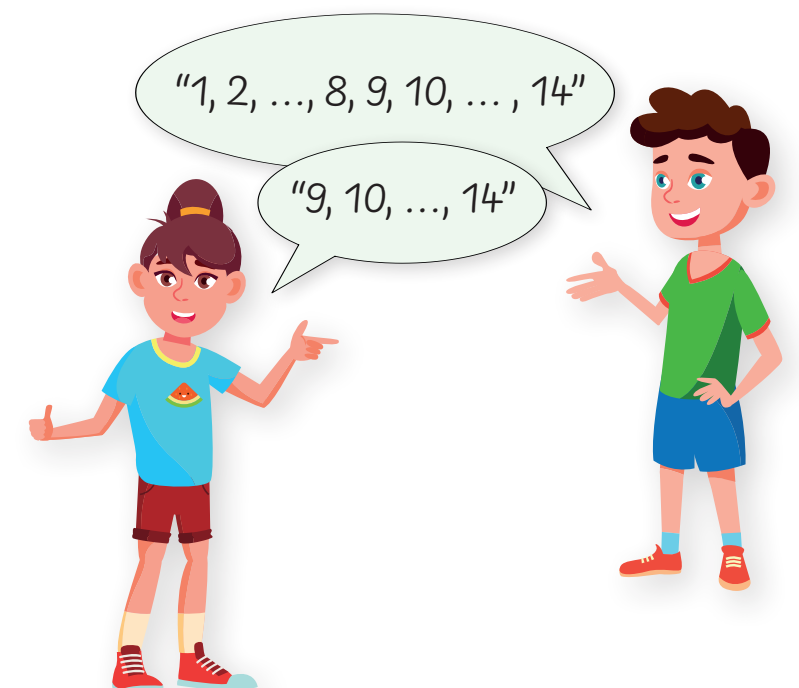
At løse hverdagsproblemer med addition ved **at dele tal op** og med støtte i **tegninger**.

FASE 3

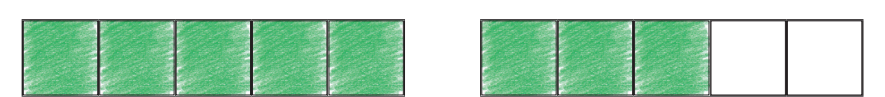
At addere to etcifrede tal fleksibelt med brug af **tænkestrategier** og støtte i **tegninger og regneudtryk**.

FASE 4

At addere to etcifrede tal fleksibelt med brug af **tænkestrategier** og støtte i **regneudtryk**.



9 = ?

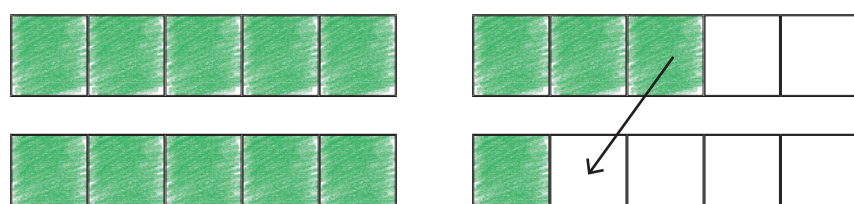


$$9 = 8 + 1$$

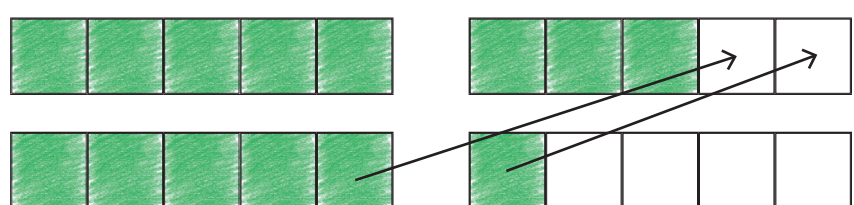


$$9 = 5 + 4$$

8 + 6



$$7 + 7 = 14$$



$$10 + 4 = 14$$

$$8 + 6 = 7 + 7 = 14$$

$$8 + 6 = 8 + 8 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$8 + 6 = 4 + 4 + 6 = 4 + 10 = 14$$

FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Udvikling af strategier til additon af fler-cifrede tal, fx:

$$24 + 36 = 20 + 30 + 4 + 6 \\ = 50 + 10 = 60$$

Subtraktion af naturlige tal op til 20, fx:

$$5 - 3 \quad 10 - 7 \quad 15 - 9$$

Opdage og forklare algebraiske love, fx:

$$3 + 8 = 8 + 3 \\ (8 + 7) + 3 = 8 + (7 + 3)$$



AT SUBTRAHERE FLERCIFREDE TAL

FAGLIGT UDGANGSPUNKT

Erfaringer med at samle tal i grupper og at opdele tocifrede tal i summer, fx

$$17 = 10 + 7$$

$$37 = 30 + 7$$

Strategier til addition af tocifrede tal, fx

$$13 + 28$$

"Jeg ved, at 28 plus 2 er 30, så 11 mere, så 41"

Kan huske resultater af subtraktioner med etcifrede tal, fx

$$3 - 2 = 1, 7 - 3 = 4, 9 - 4 = 5$$

Strategier til subtraktion af tal op til 20, fx

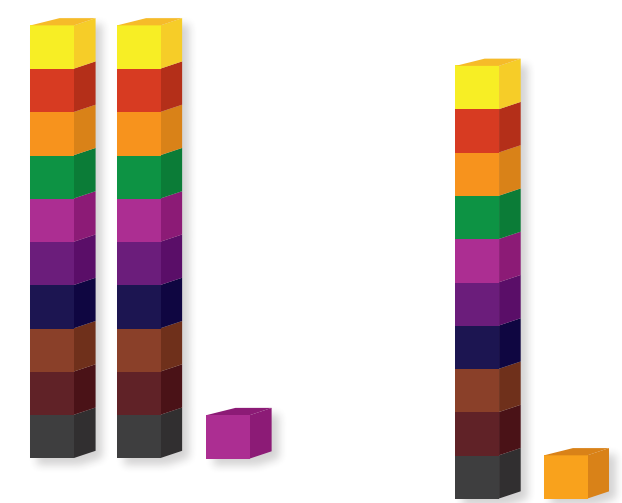
$$17 - 8$$

"Der er 2 fra 8 til 10 og 7 fra 10 til 17, så 9"

FASER I LÆRINGSSPORET

FASE 1

At løse **hverdagsproblemer med subtraktion** med støtte i **konkrete materialer og tegninger**.



Der er 32 børn i svømmehallen.

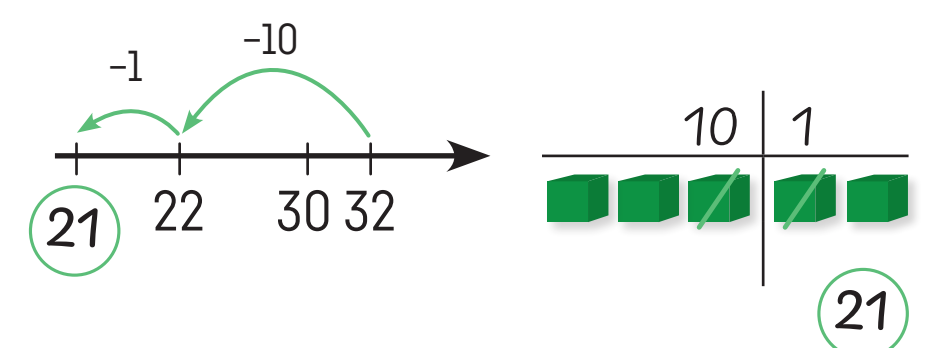
11 af dem går hjem. Hvor mange børn er tilbage i svømmehallen?



FASE 2

At løse **hverdagsproblemer med subtraktion** med støtte i **tegninger og regneudtryk**.

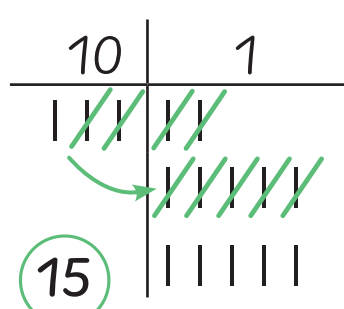
$$32 - 11:$$



$$32 - 17:$$

$$17 \xrightarrow{+3} 20 \xrightarrow{+12} 32$$

15



15

FASE 3

At **subtrahere fleksibelt** med støtte i **tegninger og regneudtryk**.

$$32 - 17:$$

$$\begin{array}{r} 10 \quad 1 \\ 3 \quad 2 \\ 2 \quad 10 \\ 1 \quad 3 \end{array} \quad 15$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ - 17 \\ \hline 20 \\ - 5 \\ \hline 15 \end{array}$$

FASE 4

At **subtrahere fleksibelt** med brug af **regneudtryk**.

$$32 - 17 = 30 - 10 + 2 - 7 = 20 + -5 = 15$$

$$32 - 17 = 32 - 10 - 7 = 22 - 7 = 15$$

$$32 - 17 = 15 \text{ "3 op til 20 og så 12 mere"}$$

FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Subtraktioner af 3- og 4-cifrede tal, fx

$$595 - 317, 5600 - 750,$$

$$6298 - 4309.$$

Division som gentagen subtraktion, fx
Hvor mange $\frac{1}{2}$ -liters flasker skal vi bruge til 2 liter saft? "2 - $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ = 0, så 4 flasker af $\frac{1}{2}$ -liter".

Introduktion af en cifferbaseret algoritme til subtraktion, fx

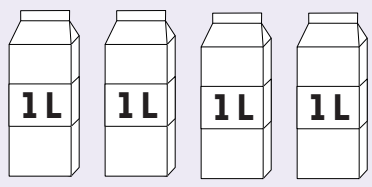
$$\begin{array}{r} 32^{10} \\ - 17 \\ \hline 15 \end{array}$$



AT MULTIPLICERE FLERCIFREDE TAL

FAGLIGT UDGANGSPUNKT

Erfaringer fra situationer med multiplikation



Ole købte 4 L mælk til ...

Strategier til multiplikation med etcifrede tal

$$4 \cdot 6$$

Jeg tænker, det dobbelte af 6 er 12.

Det dobbelte af 12 er ...

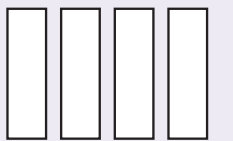
Kan huske nogle resultater af etcifret multiplikation

$$2 \cdot 6 = 12$$

$$4 \cdot 5 = 20$$

Erfaringer med talsystemet og evt. med at multiplicere med 10, 20, 30, ...

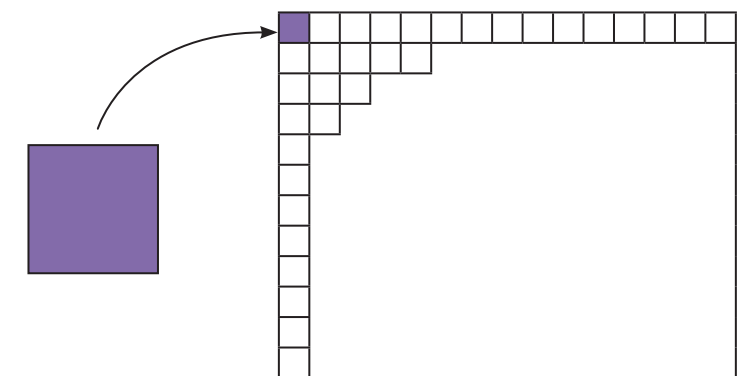
$$4 \cdot 10 = 40$$



FASER I LÆRINGSSPORET

FASE 1

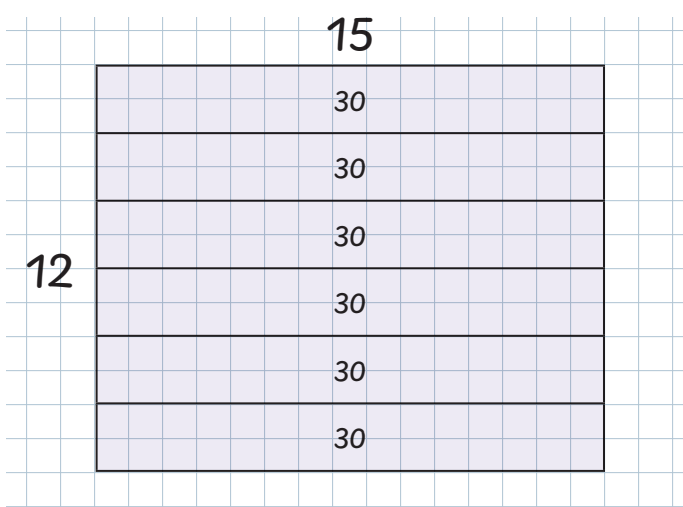
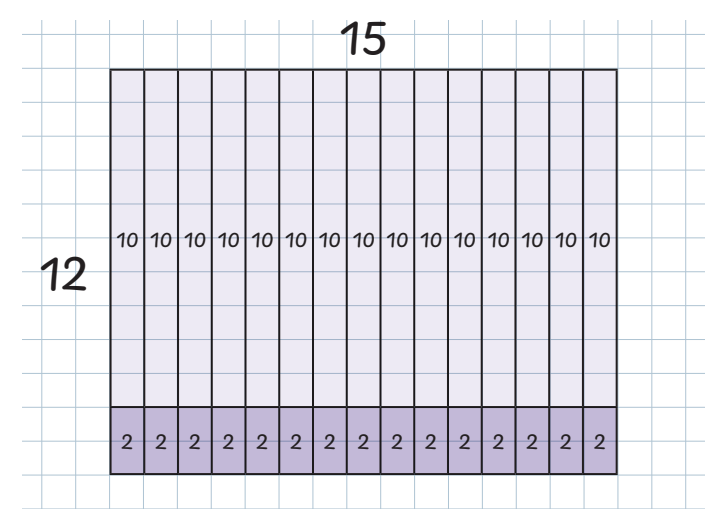
At løse **hverdagsproblemer**, der involverer flercifret multiplikation med støtte i **konkrete materialer** og **tegninger**.



En familie vil bygge en (rektangulær) terrasse. Terrassen skal have 12 kvadratiske fliser på den ene led og 15 kvadratiske fliser på den anden led. Hvor mange fliser skal familien bruge i alt?

FASE 2

At multiplicere flercifrede tal med støtte i **rektangler med kvadratnet** og **talsymboler**.



FASE 3

At multiplicere flercifrede tal **fleksibelt** med støtte i **skitserede rektangler** og talsymboler.

	10	5
10	100	50
2	20	10

	15
10	150
2	30

FASE 4

At multiplicere flercifrede tal **fleksibelt** med støtte i **skitserede rektangler** og **regneudtryk**.

$$\begin{array}{r} 12 \cdot 15 \\ 100 \\ + 50 \\ + 20 \\ + 10 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$12 \cdot 15 = 10 \cdot 15 + 2 \cdot 15 = 150 + 30 = 180$$

FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Større, hele tal

	100	40	4
100			
20			
2			

Rationale tal

	1	0,4
1	1	0,4
0,2	0,2	0,08

Regler for regning med tal

$$\begin{aligned} 2 \cdot (10 + 4) &= 2 \cdot 10 + 2 \cdot 4 \\ (10 + 2) \cdot (10 + 4) &= 10 \cdot 10 + 10 \cdot 4 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 4 \end{aligned}$$

Geometriske og algebraiske repræsentationer

	b	c
a	ab	ac



Illustration of four children's faces (two boys and two girls) and ten red apples arranged in two rows. The top row contains four faces, and the bottom row contains ten apples.

$$64 = 20 + 20 + 20 + 4$$

Kan fx beregne $84 - 24$
og $36 + 36$

[illegible]
$$\begin{array}{|c} 10 \\ 10 \end{array} 4 \quad \begin{array}{|c} 10 \\ 10 \end{array} 4 \quad \begin{array}{|c} 10 \\ 10 \end{array} 4 \quad \begin{array}{|c} 10 \\ 10 \end{array} 4 \quad \begin{array}{|c} 10 \\ 10 \end{array} 4 \quad \begin{array}{|c} 10 \\ 10 \end{array} 4$$

144 : 6

10 kander 10 kander 4 kander

1 60 120 124

$$144 : 6 \left\{ \begin{array}{l} 60 : 6 = 10 \\ 60 : 6 = 10 \\ 24 : 6 = 4 \end{array} \right. 24$$

$$144 : 6 = 60 : 6 + 60 : 6 + 24 : 6 = 10 + 10 + 4 = 24$$

$$1:2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{3} = 4 : 3$$

$$\frac{-12}{3} = -4$$

AT FINDE SAMMENHÆNGE MELLEM TAL

FAGLIGT UD GANGSPUNKT

Addition med to cifrede tal

$23 + 15$

Multiplikation med et cifrede tal

$4 \cdot 6$

FASER I LÆRINGSSPORET

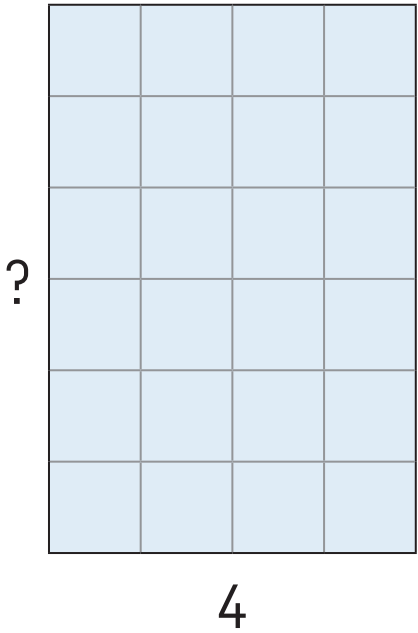
Rektangler med en fri sidelængde og en sidelængde på 4.
Hvor mange tern bliver der i alt?

Højde	Antal tern
1	4
2	8
3	12
4	16

Hvis højden er 100,
er det $100 \cdot 4$.

FASE 1

At **finde talpar** i funktionssituationer med lineære sammenhænge og skrive dem med **egne noter**.



FASE 2

At **beskrive** lineære sammenhænge med **tabeller** og **regneudtryk**.

$$\begin{aligned} 1 \cdot 4 &= 4 \\ 2 \cdot 4 &= 8 \\ 3 \cdot 4 &= 12 \\ 4 \cdot 4 &= 16 \end{aligned}$$

FASE 3

At **opdage, begrunde** og **beskrive** generelle lineære sammenhænge **faktuelt** og **kontekstuel**.

Man kan tælle, hvor høj den er, og så gange det tal med 4.

FASE 4

At **opdage, begrunde** og **beskrive** generelle lineære sammenhænge på alsidige måder, bl.a. med **algebraisk notation**.

$$h \cdot 4$$

$$h \cdot 4 = t$$

FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Grafer i koordinatsystem

Ligninger

$4x + 6 = x + 12$

Funktionsforskrifter

$f(x) = ax + b$

AT FORSTÅ BRØKER

FAGLIGT UDGANGSPUNKT

Erfaringer med at opdele i lige store dele.

Forståelse af de naturlige tal, dvs. en sikker forståelse af positionstal-systemet.

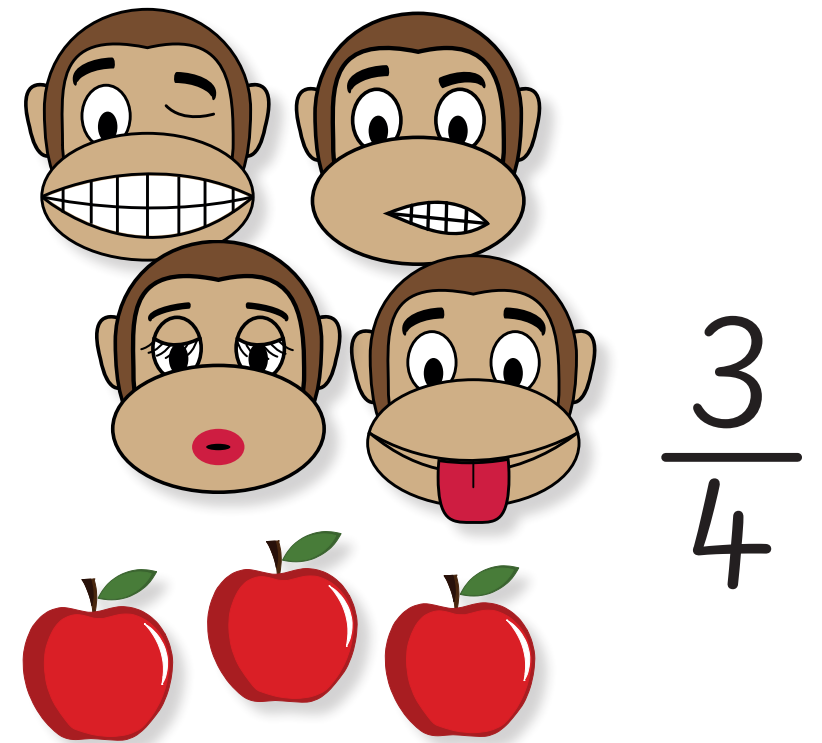
Har opbygget forståelse af simple multiplikative situationer

Strategier til division med heltal.

FASER I LÆRINGSSPORET

FASE 1

At løse problemer, der involverer at forstå en brøk som en **kvotient**, dvs. et resultat af en delingssituation og at kunne sammenligne størrelser.



FASE 2

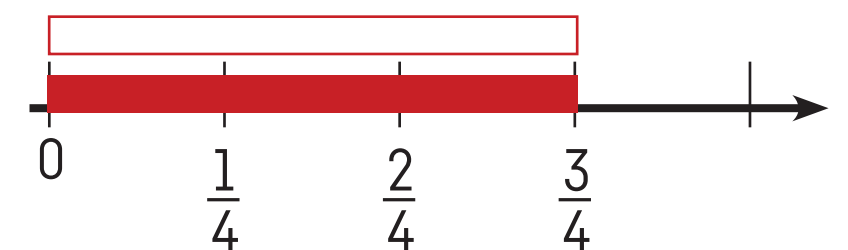
At forstå brøken som **en del af en** helhed med særligt fokus på ækvivalente brøker. [Brøker er ækvivalente, hvis de repræsenterer den samme størrelse, fx $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$].



$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

FASE 3

At kunne identificere og bruge stambrøken som en **måleenhed** til at finde størrelsen af en længde.

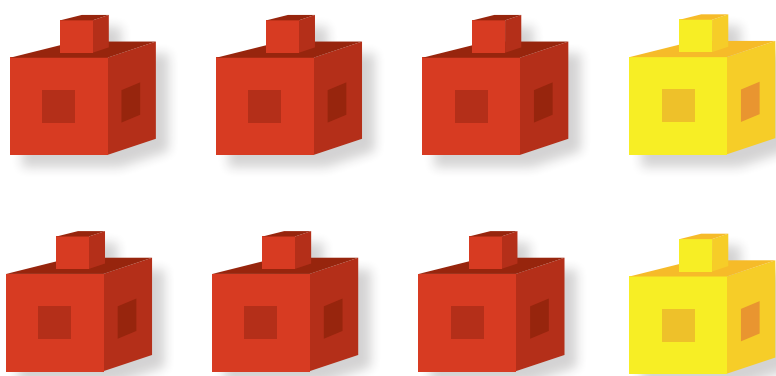


$\frac{7}{9}$ m er tæt på en hel meter.

$\frac{44}{89}$ er tæt på $\frac{1}{2}$.

FASE 4

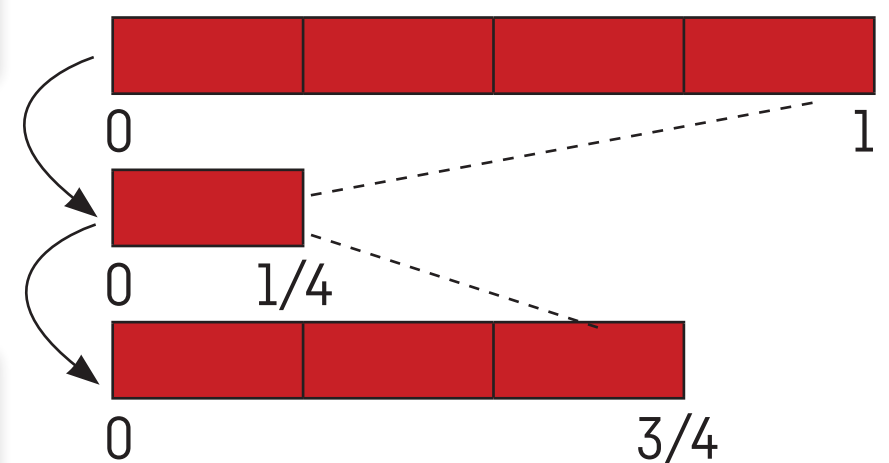
At kunne anslå størrelsen på brøkerne gennem arbejdet med **forholdet/ratioen** mellem tæller og nævner.



$\frac{3}{4}$ af 8

FASE 5

At kunne bruge brøken som en **operator** til at tage en del af en mængde – altså hvor brøken opererer på en anden størrelse.



FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Procent

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$$

Algebraiske udtryk

$$\frac{2(3a+5b)}{4} = \frac{3a+5b}{2}$$

Symbolsprog

$$\frac{4x}{4} = \frac{20}{4}$$

Regning med brøker

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$$



AT ADDERE BRØKER

FAGLIGT UDGANGSPUNKT

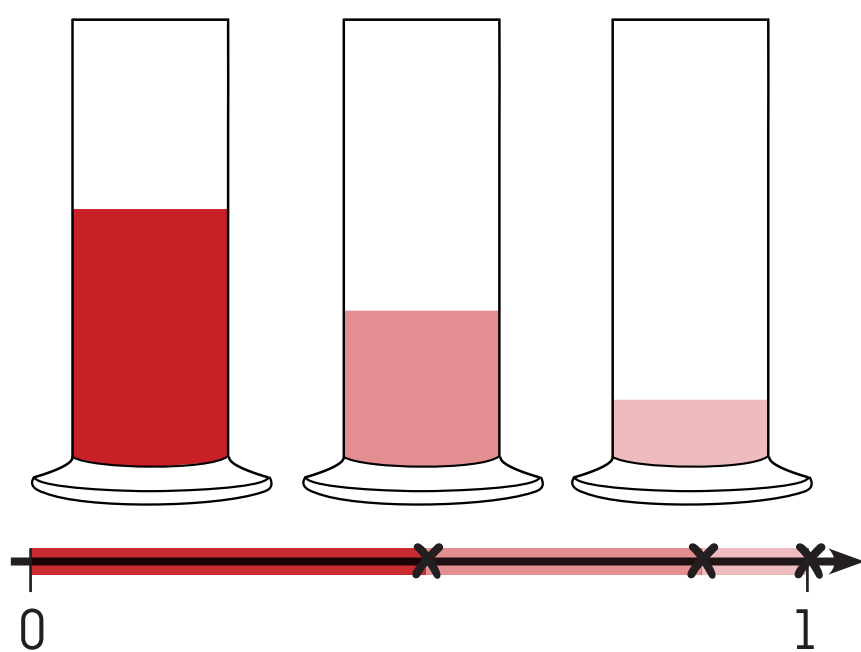
Erfaringer med størrelsen af en brøk; fx at placere brøker på en tallinje.

Kunne forlænge og forkorte brøker.

Kunne addere og multiplicere etcifrede tal.

Kunne omskrive uægte brøker til blandede tal.

FASER I LÆRINGSSPORET

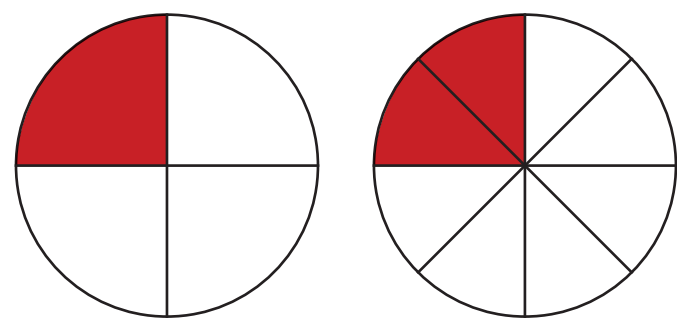
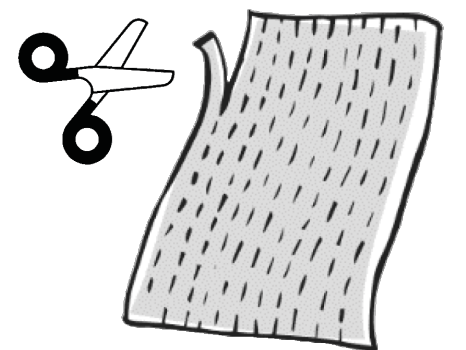
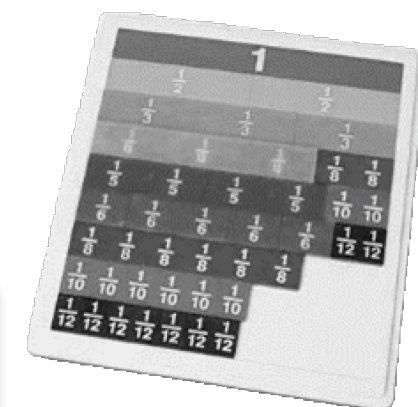
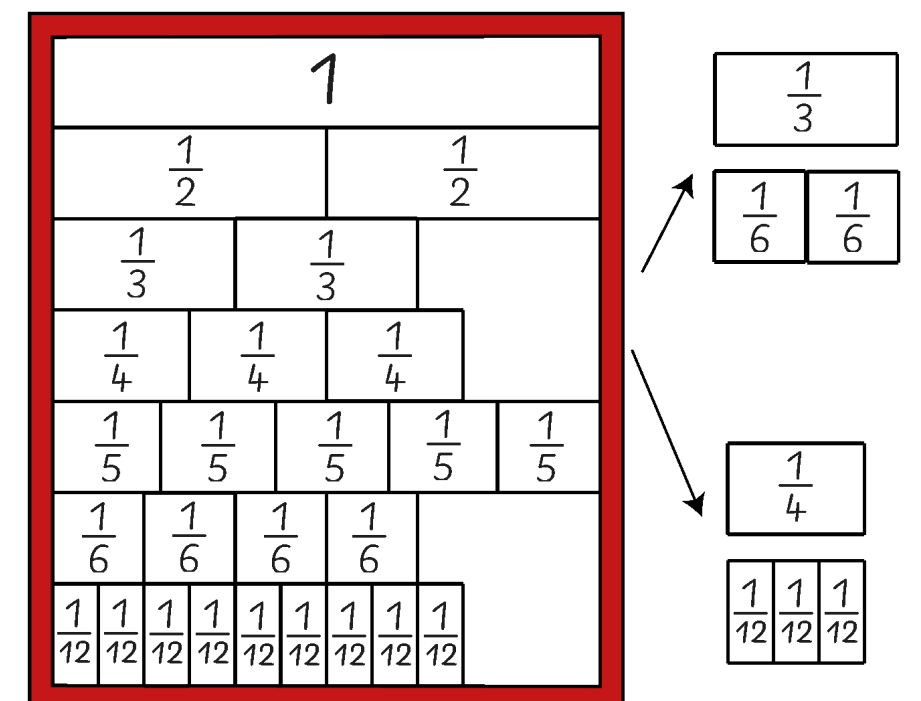


FASE 1

At give overslag på resultatet af addition af brøker med støtte i konkrete materialer.

FASE 2

At addere to brøker med samme nævner ved addere tællerne med støtte i konkrete materialer.



$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

FASE 3

At addere to brøker, hvor den ene nævner går op i den anden, med støtte i forskellige repræsentationer og regneudtryk.

FASE 4

At addere to brøker, hvor begge brøker skal forlænges for at finde fællesnævner med afsæt i selve regneudtrykket.

Finde en fællesnævner

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$$

FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Multiplikation

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

Algebraiske udtryk

$$\frac{1}{4a} + \frac{3b}{2c} = \frac{2c}{8ac} + \frac{12ab}{8ac}$$

Subtraktion

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{12}{20} - \frac{5}{20} = \frac{7}{20}$$



AT LØSE LIGNINGER

FAGLIGT UDGANGSPUNKT

Erfaringer med de fire regningsarter, herunder med modsatte regningsarter, fx

$$22 - 7 = 15$$

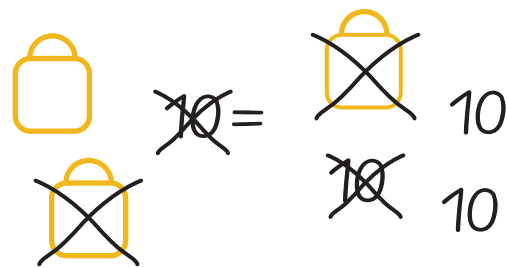
fordi $15 + 7 = 22$

Erfaringer med at sammenligne og begrunde, hvorfor nogle regneudtryk har samme værdi, fx

$$10 + 1 = 9 + 2, 15 + 8 = 10 + 13$$

og $2 \cdot 7 = 7 + 7$

FASER I LÆRINGSSPORET



FASE 1

At løse ligninger, der har form som lignings-situationer, **ved at bruge uformelle strategier** og med støtte i **konkrete materialer**.

Sofus og Alma har samlet lige mange karameller til sidste skoledag. De lægger det samme antal karameller i 3 papirposer. Sofus tager 2 poser og har desuden 10 karameller mere, mens Alma tager 1 pose og har 30 karameller mere. De spørger klassen, om de kan finde ud af, hvor mange karameller, der er i hver pose?



FASE 2

At løse ligninger, der har form som lignings-situationer, **ved at bruge fjerne-strategier** og med støtte i **tegninger**.

FASE 3

At løse ligninger, der er skrevet som algebraiske udtryk, **ved at bruge fjern og isoler-metoden** og med støtte i **tegninger og algebraisk notation**.

$$2 \cdot \cancel{\square} + 10 = \cancel{\square} + 30$$

$$\square + \cancel{10} = \cancel{30} \quad 20$$

FASE 4

At løse ligninger, der er skrevet som algebraiske udtryk, **ved at bruge fjern og isoler-metoden** og med støtte i **algebraisk notation**.

$$2x + 10 = x + 30$$

$$x + 10 = 30$$

$$x = 20$$

FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

At løse ligninger med rationale tal og ubekendte, fx

$$2 = 6 - \frac{1}{4}x \text{ og } 2(x+9) = x + 16$$

At løse uligheder, fx

$$5x \leq x + 78$$

Ræsonnere om ligninger, der ikke har nogen løsning, fx $3x - 1 = 4 + 3x$ eller har mange løsninger, fx $7(x + 4) - 8 = 7x + 20$



AT BEHANDLE ALGEBRAISKE UDTRYK

FAGLIGT UD GANGSPUNKT

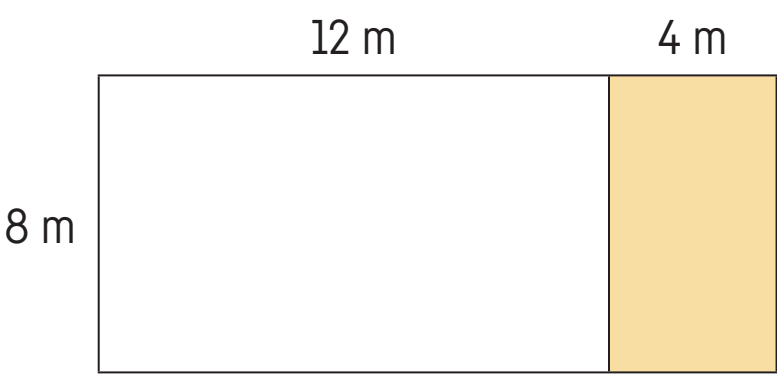
Viden om rationale tal, herunder negative, hele tal og brøker.

-12 og $\frac{2}{3}$

Erfaringer med de fire regningsarter og regningsarternes hierarki.

$5 + 5 \cdot 5 = 30$

FASER I LÆRINGSSPORET



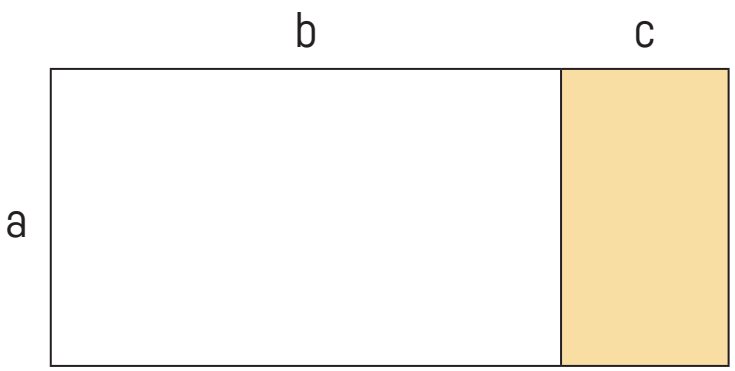
$8 \cdot 12 + 8 \cdot 4 = 128$
 $8 \cdot (12 + 4) = 128$

FASE 1

At opstille, tolke, omskrive og foretage beregninger med regneudtryk.

FASE 2

At opstille og tolke algebraiske udtryk.



$a(b + c)$
 $a \cdot b + a \cdot c$

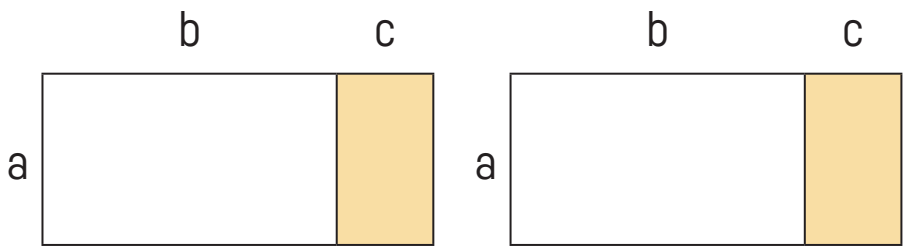
FASE 3

At omskrive algebraiske udtryk.

$a \cdot b + a \cdot c = a(b + c)$

FASE 4

At foretage beregninger med algebraiske udtryk.



$a(b + c) + a(b + c) = 2ab + 2ac$

FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Modellering og problemløsning, hvor algebraiske udtryk bruges som redskaber.

Ligningsløsning
 $5(x + 2) = 6x$

Regneregler for potenser
 $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$
 $\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$



AT SAMMENLIGNE LINEÆRE FUNKTIONER

FAGLIGT UDGANGSPUNKT

Erfaringer med at opdage, beskrive og generalisere lineære sammenhænge inden for de naturlige tal.

Erfaringer med at opstille og løse lineære ligninger skrevet som algebraiske udtryk, såsom

$$4x - 5 = 3 + 2x$$

Erfaringer med at bruge dynamiske geometrisystemer og regneark.

FASER I LÆRINGSSPORET

FASE 1

At **oversætte** sproglige beskrivelser af lineære sammenhænge **til tabeller, regneudtryk og grafer.**

Vaflen

Antal kugler	Ispris	Regneudtryk
1	22	$1 \cdot 8 + 14$
2	30	$2 \cdot 8 + 14$
3	38	$3 \cdot 8 + 14$
4	46	$4 \cdot 8 + 14$

Hos Vaflen skal man betale 8 kr. for en kugle is og 14 kr. for en vaffel.
Hos Gammeldaws skal man betale 10 kr. for en kugle is og 8 kr. for en vaffel.
Hvad koster en vaffel med 1, 2, 3, ... kugler hos Vaflen?

FASE 2

At **oversætte** sproglige beskrivelser, tabeller, regneudtryk og grafiske repræsentationer af lineære sammenhænge **til forskrifter.**

Gammeldaws

$g(x) = x \cdot 10 + 8$
 $g(x)$ er prisen i kr.
 x er antal kugler.

Vaflen

$v(x) = x \cdot 8 + 14$
 $v(x)$ er prisen i kr.
 x er antal kugler.

Antal kugler	$v(x)$	$g(x)$
0	14	8
1	22	18
2	30	28
3	38	38

$$v(x) = g(x)$$

$$8 \cdot x + 14 = 10 \cdot x + 8$$

$$v(x) = 8 \cdot x + 14$$

$$g(x) = 10 \cdot x + 8$$

$$\vdots$$

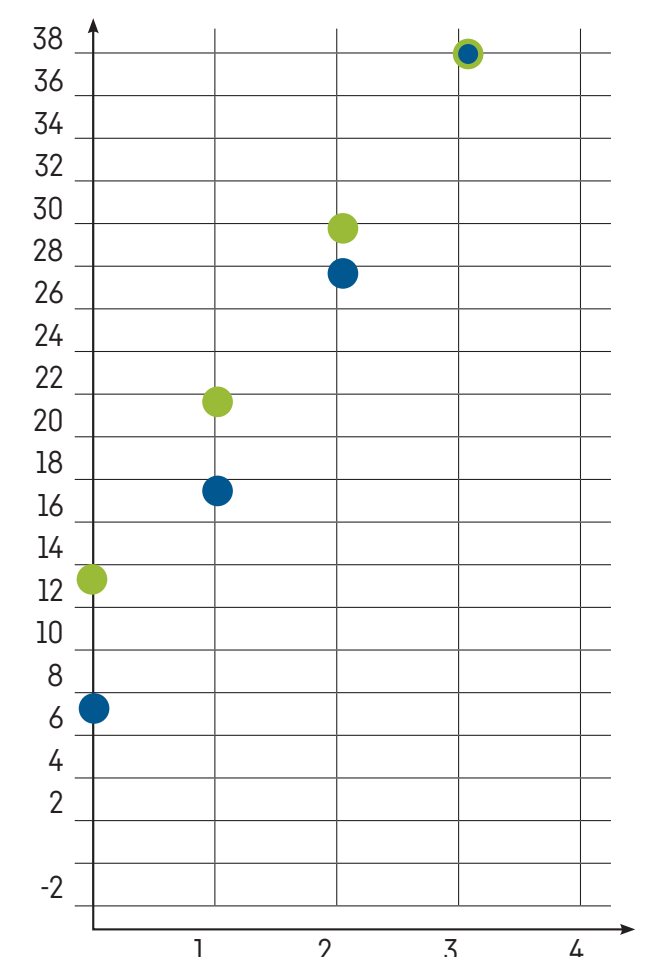
$$f(x) = a \cdot x + b$$

FASE 3

At **sammenligne** lineære sammenhænge ved hjælp af tabeller, grafer, forskrifter og ligninger.

FASE 4

At **generalisere** konkrete forskrifter til standardformen for en lineær funktion, $f(x) = a \cdot x + b$, og **undersøge** betydningen af parametrene a og b .



FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Modellere omverdensproblemer ved hjælp af lineære funktioner, fx taxakørsel.

Arbejde med andre typer af vækst, der ikke vokser lineært, fx eksponentiel vækst $y = b \cdot a^x$.



AT ANVENDE TAL OG MÅLING

FAGLIGT UDGANGSPUNKT

Tal og regneregler:

Gentagen addition, multiplikation, division, division med rest, brug af regneark og lommeregner.

Algebra:

Kendskab til variabelbegrebet, erfaring med generalisering af talsammenhænge, simpel ligningsløsning og simple matematiske ræsonnementer.

Geometri:

Kendskab til måling af afstand, geometrisk tegning og tesselering.

FASER I LÆRINGSSPORET

Eleverne går på opdagelse i lokalmiljøet og finder gelændrer og stakitter. De tæller balustre og mellemrum og får fælles referencer og sprog.



Eleverne producerer en anvisning på, hvordan en anden generelt skal løse opgaven.



Eksempel: "Kør ud og mål afstanden mellem stolperne, læg bredden af én baluster til, og divider med det optimale modulmål. Det giver antallet af moduler. Hvis resultatet ikke er et helt tal, rundes op eller ned afhængig af opgaven. Divider stolpeafstand plus baluster med antallet af moduler. Det giver den nye modulafstand".

FASE 1

Eleverne opdager steder i omverden, hvor "stakitinddeling" har fundet sted. De sætter ord på enkeltelementer og får en indledende formulering af problemet med inddeling. De foretager første generalisering: De første variable identificeres – afstanden mellem stavene og antallet af stave kan variere.

FASE 2

En *model* af problemet. Eleverne kan udføre en inddeling med "semikonkrete" materialer og sætte ord på deres handlinger: Hvad der skal måles og placeres. Problemer formuleres til lukkede spørgsmål.

FASE 3

En *model* for matematikken i inddeling. Eleverne formulerer en præcis anvisning, der virker i alle lignende situationer med tilhørende arbejdstegning, og eleverne foretager en konkret efterprøvning for at validere deres anvisning.

FASE 4

Det matematiske mål: Virker det altid? Anvisningen fra fase 3 oversættes til matematiske symboler uden forbindelse til konkret kontekst.

Ligelig fordeling udføres på en mock-up eller model.



"Jeg måler afstanden og tæller stavene og ..."

Elementerne oversættes til symboler: Stolpeafstand (A) + bredden af en baluster (b) divideres med den optimale modulstørrelse $n = \frac{A+b}{a+b}$, hvor a er afstanden mellem balusterne. Det giver antallet af moduler plus én: $(n+1)$.

Sammenhænge og processer skrives i symbolform:

$$n + 1 = \frac{A+b}{a+b} \text{ og } n \text{ isoleres: } n + 1 = \frac{A+b}{n'+1} - 1.$$

Da antallet af moduler skal være et heltal, rundes op eller ned til nærmeste heltal, alt efter om afstanden a ønskes større eller mindre. Det hele antal moduler kaldes n' , og herefter kan den nye modulafstand $(a'+b)$ beregnes som $a' + b = \frac{A+b}{n'+1}$ og dermed bliver den nye afstand: $a' + b = \frac{A+b}{n'+1} - b$.

FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Arbejdsmetoden med problemløsning ved gradvis sproglig generalisering og matematisering mod symbolsk repræsentation er et vigtigt redskab til at lære ny matematik.

Problematikken med inddeling optræder i flere fag: Flisemurere, snedkere, murere, dekoratører osv. får allesammen brug for at udvikle metoder til lige inddeling i forskellige kontekster.



AT ANVENDEN FORMLER

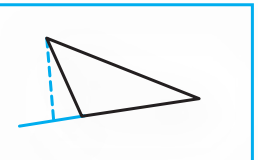
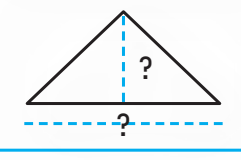
FAGLIGT UDGANGSPUNKT

Grundlæggende viden om de fire regningsarter og om brug af symboler i algebraiske udtryk.

Erfaringer og oplevelser med matematiske undersøgelser i uformelle sammenhænge.

Kompetencer til at arbejde med og kommunikere om problemløsning med formler i simple situationer.

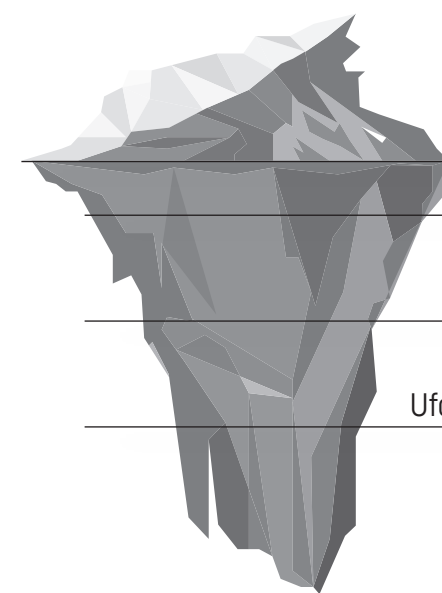
FASER I LÆRINGSSPORET

$\frac{1}{2} \cdot h \cdot b$	Højden
	Bredden
	Areal
Hvorfor $\frac{1}{2}$?	

FASE 1

At *afdække* elevernes forudsætninger og viden om et erhvervsfagligt emne og klarlægge elevernes kendskab til den relevante matematik, herunder de formler, der knytter sig til emnet. At aktivere elevernes for forståelse ved brug af *førfaglige ord og fagord*.

Gå på jagt i miljøet. Hvor har man brug for at finde længden af en diagonal?



Begreb eller formel

Beregninger

Repræsentationer af formlen

Uformelle og eksempler og situationer

FASE 2

At *genkende og gøre rede for* formler og de størrelser og enheder, der indgår i dem.

FASE 3

At *tolke og forklare* formler fra erhvervsfag og matematik og at *koble* formler til andre repræsentationer af de samme sammenhænge.

Forklar en formel $A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot b$

Hvad kalder vi de variable?

I en konkret situation kan b forklares som *afstanden herfra og dertil* på en tegning eller som *bredden af pladen*.

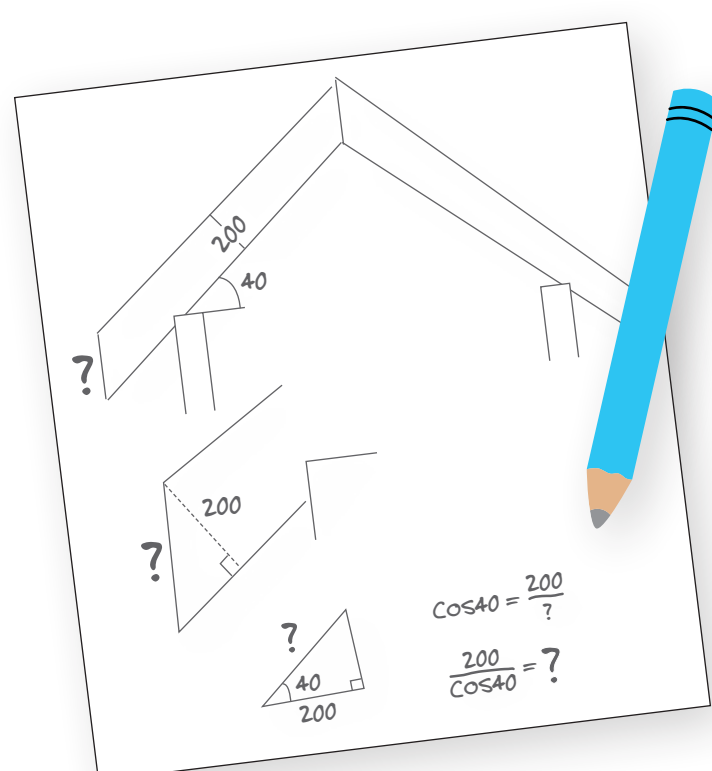
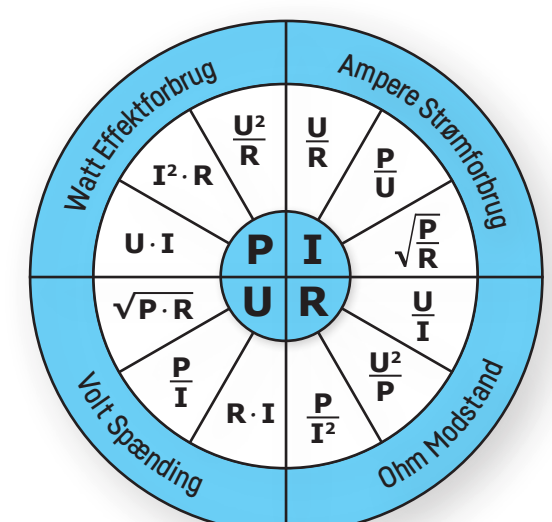
Vi kan også bruge andre symboler som fx g for længden af grundlinjen i trekanten.

Hvad sker der med variabel A , når variabel b bliver større – fx dobbelt så stor?

Her er der fokus på at forklare sammenhænge givet ved en formel.

FASE 4

At anvende formler fleksibelt og med mening til problemløsning i forskellige sammenhænge.



FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Eleverne har nu fået et grundlag for at strukturere praktiske problemer fra deres erhvervsfag til en form, der kan behandles matematisk ved løsning af problemer. Eleverne kan arbejde

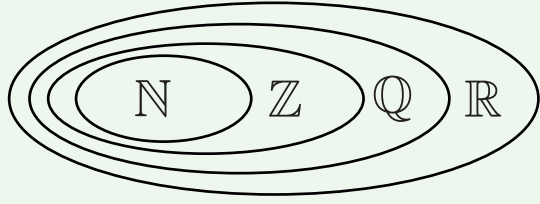
videre med at 'bygge' formler ved at strukturere og udvælge dele af virkeligheden og beskrive sammenhænge mellem udvalgte størrelser matematisk.



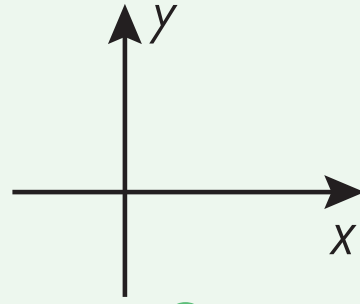
AT LØSE LIGNINGER

FAGLIGT UDGANGSPUNKT

Talmængder og grundlæggende regneregler



Koordinatsystemet



Opstilling og løsning af simple ligninger

$$\begin{aligned} 3x &= 9 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{9}{3} \\ \underline{3} &= \underline{3} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

FASER I LÆRINGSSPORET

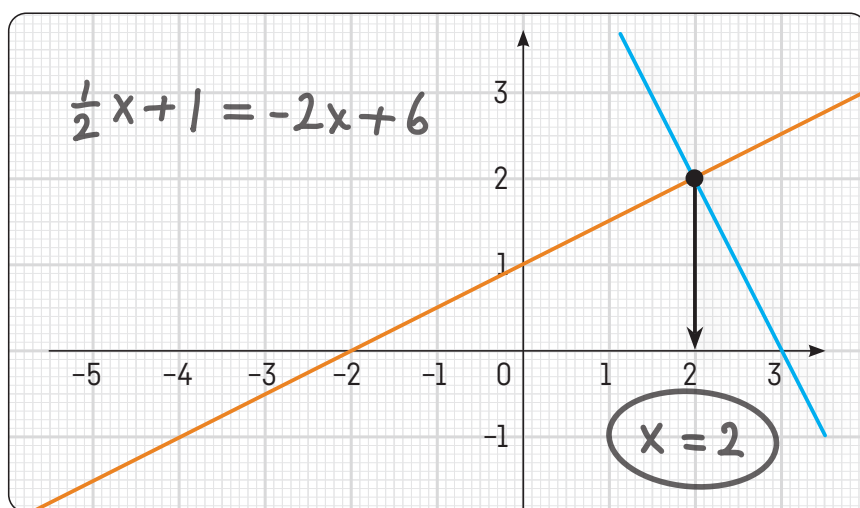
FASE 1

At **opstille og fortolke** lineære ligninger samt **behandle og løse** dem med strategier, der svarer til forskellige forståelser af ligninger.

$$\begin{aligned} \frac{x}{3} + 7 &= 12 \\ \frac{x}{3} &\rightarrow \frac{x}{3} + 7 \rightarrow \frac{x}{3} + 7 \\ 15 &\leftarrow 5 \leftarrow 12 \\ \text{så } \underline{x=15} \end{aligned}$$

FASE 2

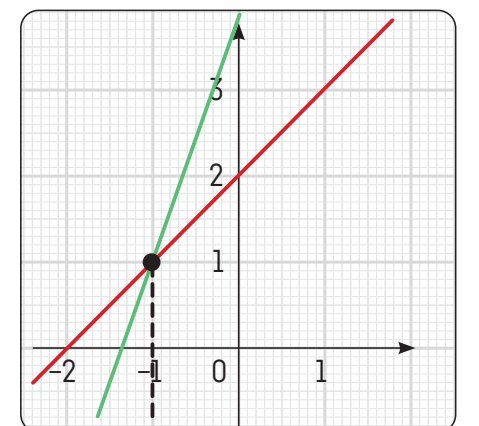
At **tegne** en lineær ligning som et par af rette linjer og **løse** dem grafisk.



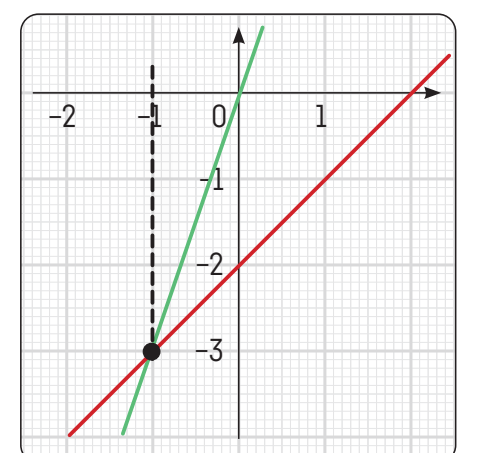
FASE 3

At **omforme** ligninger til **ækvivalente ligninger** ved hjælp af de grundlæggende regneregler for de reelle tal.

$$3x + 4 = x + 2$$



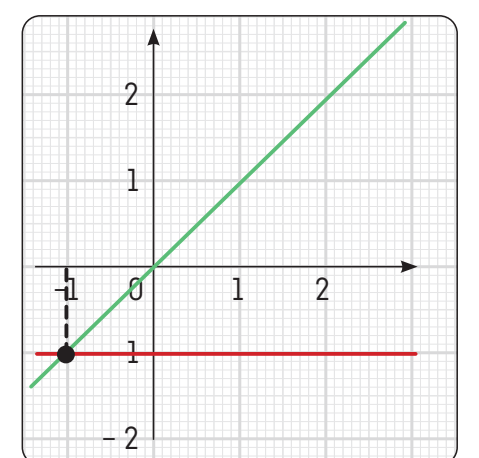
$$\begin{aligned} 3x + 4 - 4 &= x + 2 - 4 \\ 3x &= x - 2 \end{aligned}$$



FASE 4

At **løse** to ligninger med to ubekendte **grafisk og analytisk**.

$$\begin{aligned} 3x - x &= x - 2 - x \\ 2x &= -2 \\ \underline{x} &= \underline{-1} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 2v + 2b &= 360 \rightarrow v + b = 180 \rightarrow v = 180 - b \\ 1v + 3b &= 280 \\ \underline{v + b + b + b} &= \underline{280} \\ 180 &\downarrow \\ 2b &= 100 \rightarrow b = 50 \end{aligned}$$

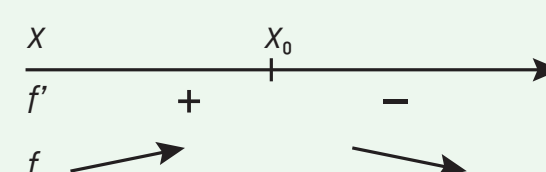
FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Problembehandling og modellering.

Andre typer ligninger

$$\ln(2x+1) = 3 \Rightarrow 2x+1 = e^3 \Rightarrow x = \frac{e^3-1}{2}$$

Funktionsundersøgelse



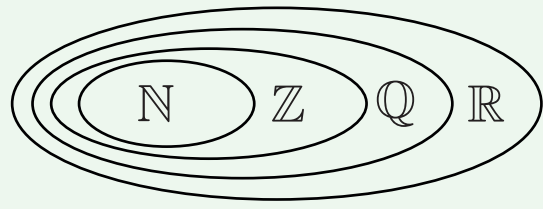
Bevisførelse.



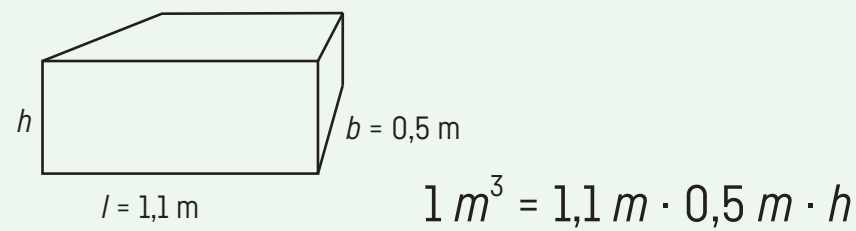
AT ARBEJDE ALGEBRAISK

FAGLIGT UDGANGSPUNKT

Talmængder og grundlæggende regneregler



Opstille, omskrive og foretage beregninger med simple regneudtryk



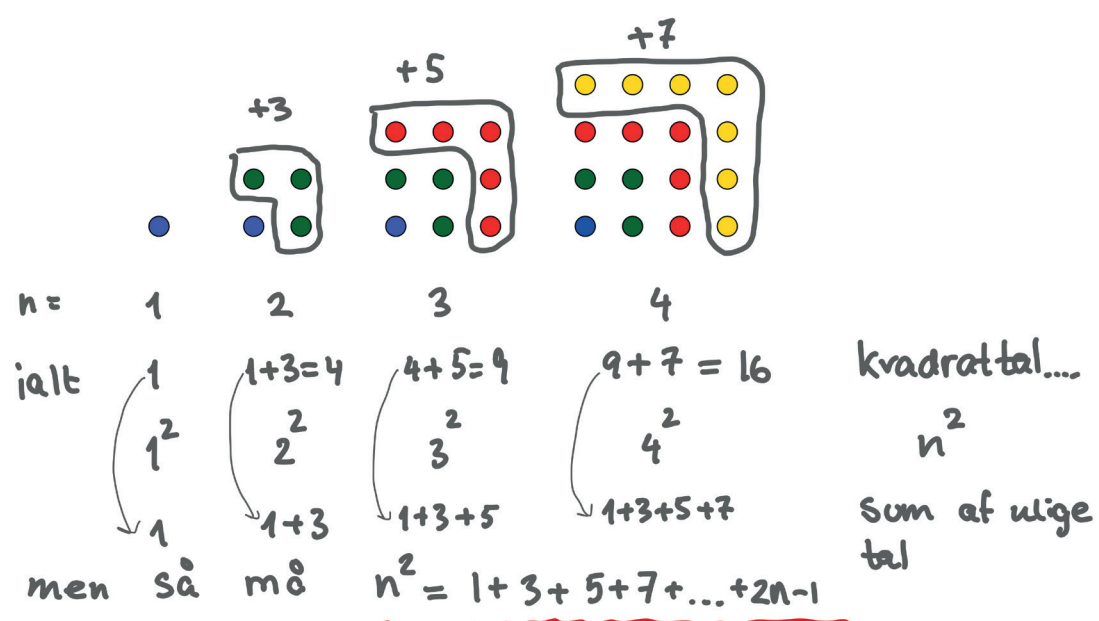
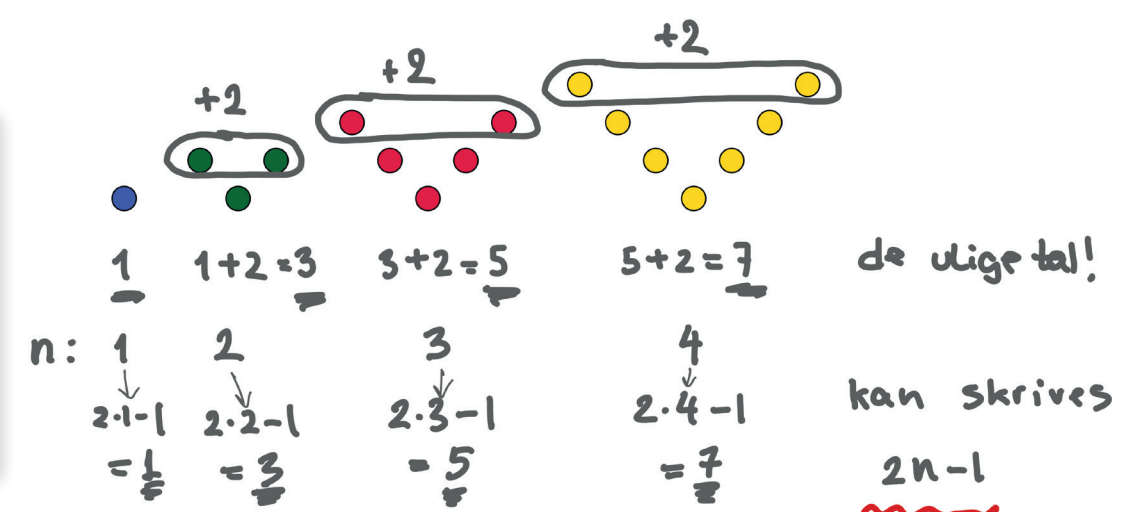
Undersøge og anvende formler til problemløsning

$$K_n = K_0 \cdot [1 + r]^n$$

FASER I LÆRINGSSPORET

FASE 1

At **opdage** og **beskrive** mønstre og sammenhænge, selv at **indføre symboler** og ved hjælp heraf **opstille** og **generalisere** algebraiske udtryk af sådanne.

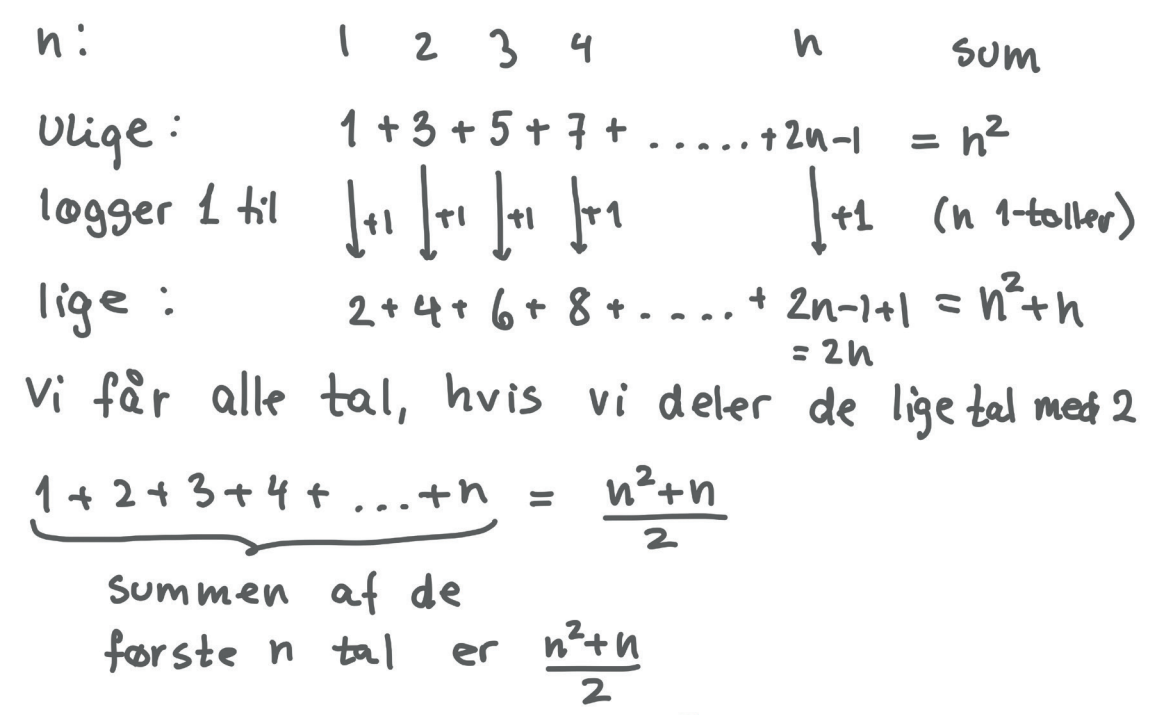


FASE 2

At **læse** og **fortolke** algebraiske udtryk.

FASE 3

At **undersøge** og **ræsonnere** om og med algebraiske udtryk med henblik på at opnå yderligere indsigt.



FASE 4

At **formulere** og **bevise** matematiske påstande ved hjælp af algebra.

Påstand: $4R+1 = \text{kvadrattal}$

ok! ses at figur

$$R = n(n+1)$$

$$4R = 4n(n+1) = 4n^2 + 4n$$

$$\text{så } 4n^2 + 4n + 1 \text{ kvadrattal ???}$$

$$(2n)^2 + 2 \cdot 2n + 1 = (2n+1)^2$$

FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Problembehandling og modellering.

Ligningsløsning

$$(x-a) \cdot (x-b) = 0 \Rightarrow x = a \vee x = b$$

Symbolmanipulation

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x}$$

Bevisførelse

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$



AT FORSTÅ OG ANVENDE LINEÆRE FUNKTIONER

FAGLIGT UDGANGSPUNKT

Funktionsbeskrivelse af lineære sammenhænge i de fire repræsentationsformer, hvor den uafhængige variabel kan tilhøre N , Z eller R .

Opstilling af lineære modeller i enkle situationer samt opstilling og løsning af ligninger i tilknytning hertil.

FASER I LÆRINGSSPORET

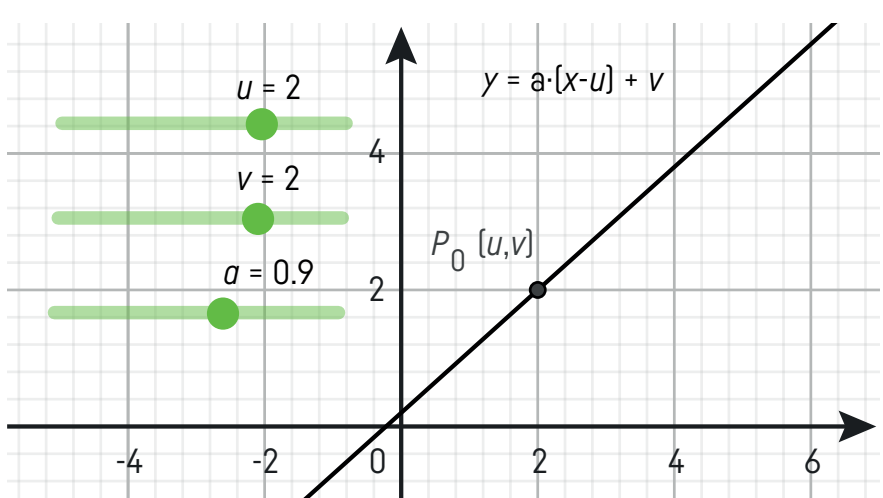
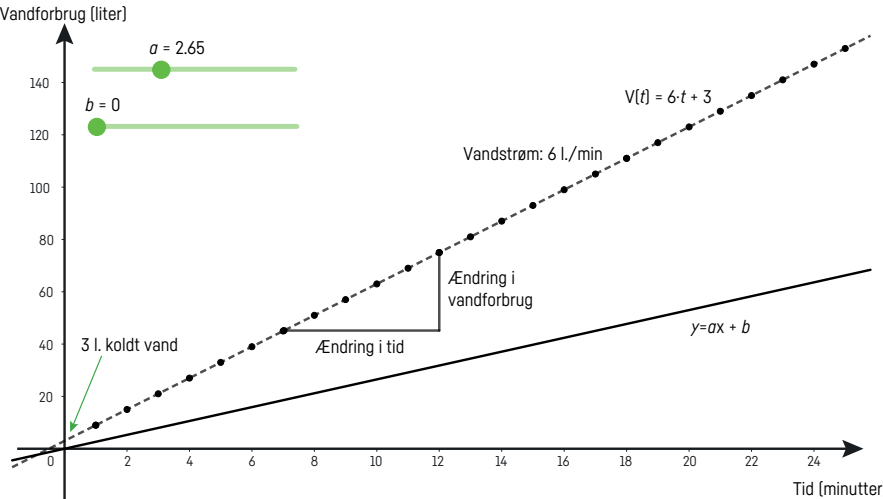
FASE 1

At **beskrive** lineære sammenhænge som trinvis udvikling ved tilvækst på 1 i den uafhængige variabel og som en funktion ved $f(x) = a \cdot x + b$, at **oversætte** mellem de fire repræsentationsformer samt at kunne **bestemme** og **fortolke** a og b i konkrete sammenhænge.

Brusebadet:

"Jeg starter med at bruge 3 liter lunkent vand, så b er 3 liter. Vandstrømmen er konstant 6 liter/min. Det er a . Hvis jeg bader t minutter, så bruger jeg $V(t) = 6 \cdot t + 3$ liter vand."

Badetid (min.)	0	1	2	3	t
Vand (l.)	3	9	15	21	$6 \cdot t + 3$
		+6	+6	+6	



Ethvert andet punkt (x,y) på linjen danner hældningen a med (u,v) :

$$a = \frac{y-v}{x-u}, x \neq u \Rightarrow y - v = a \cdot (x - u) \Rightarrow y = a \cdot x - a \cdot u + v \Rightarrow y = a \cdot x + b, \text{ med } b = a \cdot u + v$$

er altså en generel ligning for en ikke-lodret ret linje gennem (u,v) .

Brusebad med hårvask:

Vandforbruget $V(t)$ målt i liter kan beskrives som en stykvis lineær funktion af badetiden t målt i minutter, når vandflowet er konstant.

$$V(t) = \begin{cases} 6 \cdot t + 3 & \text{for } 0 \leq t \leq 3 \\ 21 & \text{for } 3 < t \leq 5 \\ 6 \cdot t - 9 & \text{for } 5 < t \end{cases}$$

FASE 2

At **beskrive** lineære sammenhænge som trinvis udvikling generelt for en tilvækst på Δx og at **bestemme** a og b i forskriften ud fra to punkter for en lineær funktion.

FASE 3

At **opstille** og **benytte** ligningen for en ret linje gennem et punkt med en given hældning, at **bestemme** den omvendte funktion til en lineær funktion (med $a \neq 0$) samt at **anvende** normalformen for rette linjer: $c \cdot x + d \cdot y = e$.

FASE 4

At **opstille** og **anvende** lineære og stykvis lineære funktioner ved modellering bl.a. ved hjælp af lineær regression samt at **anvende** lineære funktioner ved problemløsning.

FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Anvendelse ved ligningsløsning og problemløsning.

Fortsat udvikling af modelleringskompetence.

Videre arbejde med andre typer af funktioner.

Anvendelse af lineære funktioner i differentialregning.



www.matematikdidaktik.dk

